Programma d'esame di Analisi Matematica 1

a.a. '02-'03

NOTA: è espressamente richiesta la conoscenza delle definizioni e/o delle dimostrazioni dei teoremi relativi ai periodi asteriscati.

Successioni e serie numeriche

Limite di una successione reale *. Convergenza delle successioni monotone e limitate. Il numero e *. Teorema della permanenza del segno, teorema dei due Carabinieri. Operazioni con i limiti, forme indeterminate. La funzione esponenziale, logaritmo. Crescita esponenziale, polinomiale, logaritmica. Funzioni trigonometriche, coordinate polari. Calcolo di limiti notevoli.

Serie numeriche. Convergenza della serie geometrica. Serie telescopiche. Criteri di convergenza per serie a termini positivi: condizioni necessarie, criterio del confronto, del confronto asintotico, di condensazione, del rapporto, della radice *. Criterio di convergenza assoluta *. Criterio di convergenza di Leibniz *. Serie di potenze.

Limiti e continuità delle funzioni di una variabile reale

Sottoinsiemi speciali di $\mathbb{R}$: intervalli aperti, chiusi. Punti di accumulazione. Limiti di funzioni reali*. Limite destro e sinistro. Limiti notevoli. Funzioni continue *. Funzioni continue su un intervallo: teorema degli zeri, teorema di Weierstraß*. Conseguenze del teorema degli zeri: teorema dei valori intermedi (l'immagine continua di un intervallo è un intervallo), le funzioni continue invertibili sono monotone, continuità della funzione inversa.

Calcolo differenziale per funzioni di una variabile reale

Derivata di una funzione in un punto, significato geometrico, fisico*. Derivata destra e sinistra. Continuità di una funzione derivabile*. Derivate successive. Derivate delle funzioni elementari. Regole di derivazione: derivata della somma, del prodotto, della composizione, della funzione inversa. Funzioni implicite e loro derivate. Tassi di crescita relativi e problemi applicati.

Principio di Fermat *. Teorema di Rolle *. Teorema di Lagrange (del valor medio) e prime conseguenze *. Applicazioni allo studio qualitativo del grafico di una funzione. Problemi di massimo e minimo. Studio qualitativo del grafico di una funzione, o di una curva piana. Regola di de l'Hôpital e applicazioni. Formula di Taylor, resto in forma di Lagrange. Sviluppo di Taylor delle funzioni elementari, serie di Taylor. Teorema di derivazione (e integrazione) termine a termine per serie di potenze.

Calcolo integrale per funzioni di una variabile reale

Il problema inverso della derivazione, primitiva di una funzione (integrale indefinito). Metodi di integrazione: per sostituzione, per parti. Integrazione delle funzioni elementari.

Il problema delle aree (integrale definito): definizione e proprietà dell'integrale di Riemann *. Integrabilità delle funzioni continue. Teorema della media integrale *. Teorema fondamentale del calcolo integrale *. Calcolo di aree delimitate da curve piane (caso parametrico e caso cartesiano), lunghezze di curve piane, aree di superfici di rivoluzione, volumi di solidi di rivoluzione, baricentri di figure piane. Teorema di Pappo.