

### \* Isomorfismi musicali (Esempio)

In  $\mathbb{R}^2$ , sia  $\langle, \rangle$  rappresentata, rispetto alla base canonica, da

$$g = (g_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

\* Sia  $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Determina  $v^b$

$$\begin{aligned} (v_i = g_{ij} v^j) \quad v^b &= (g v)^T \\ &= \left[ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right]^T = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}^T = (2 \ 4) \end{aligned}$$

\* Dato  $w = (2, 4)$ , determiniamo  $w^\#$

$$\begin{aligned} (v^i = g^{ij} v_j) \quad w^\# &= g^{-1} \cdot w^T = \\ &= \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

(che è quanto dovevamo trovare, in virtù di  $\# = b^{-1}$ )

TOPOLOGIA E GEOMETRIA  
DIFFERENZIALE (Prof. M. Spina)  
a.a. 2011/12  
Addendum I