

# TEOMETRIA

## Formulaio



### Cambiamenti di base

$T \in \text{Hom}(V, W)$   
 $e, e'$  basi di  $V$  ( $\dim V = n$ )  
 $f, f'$  basi di  $W$  ( $\dim W = m$ )

$$[m'_{f'e'}(T) = m'_{f'}(T_W) m(T_V) m_e(I_V)]$$

### Calcolo di $m_e(I)$

Se  $(*) e_i \mapsto e'_i$  e  $A =$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} = m_e(I_V)$$

$$e'_j = \begin{pmatrix} a_{1j} \\ \vdots \\ a_{nj} \end{pmatrix} \text{ componenti rispetto a } e = (e_1, \dots, e_n)$$

$$M_{e'e} = A^{-1} \quad (\text{Stato } X = A X')$$

### Formula di Laplace - generalizzata

$A \in M_n(K)$   $i_1, \dots, i_k$  righe fissate  $1 \leq k \leq n$

$$\det A = \sum_{j_1, \dots, j_k + j_{k+1}, \dots, j_n} \det[A(i_1, \dots, i_k | j_1, \dots, j_k)] \det[A(i_{k+1}, \dots, i_n | j_{k+1}, \dots, j_n)]$$

scelte righe e colonne emesse

### Inversa di $A \in GL_n(K)$

$$A^{-1} = \left( \frac{A^t_{ji}}{\det A} \right)$$

$$A^{-1}_{ji} = (-1)^{i+j} A(i, j)$$

$A^{-1} = (A^{-1}_{ji})$  matrice dei complementi algebrici

207

### Criterio di Sylvester

$A = A^t \in M_n(\mathbb{R})$  ;  $q_A$  definita positiva

$\Leftrightarrow d_i > 0, i = 1, 2, \dots, n$  con

$$d_i = q_{ii} \quad d_2 = \begin{vmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{vmatrix}, \dots, d_n = |A|$$

### Prodotto vettoriale, ( $\dim \mathbb{R}^3$ )

$$a \times b = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

$$\|a \times b\| = \sqrt{\|a\|^2 \|b\|^2 - \langle a, b \rangle^2}$$

### Il metodo degli invarianti ortogonali

Conica in  $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$  :  $[X, Y] : X^t A X = 0$   $X = \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

(rappresentazione omogenea)

$$A = \begin{pmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} \\ a_{20} & a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

$$D_0 = \det A \neq 0 \quad (\text{cono improprio})$$

$$A_{00} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \quad D_{00} = \det A_{00} \quad Y = tC(A_{00})$$

$$\text{conica a centro} \quad \text{e stria} \quad t^2 + \frac{a_{00}}{D_0} t + \frac{a_{00}^3}{D_0^2} = 0$$

$$\text{parabola} \quad P = \sqrt{-\frac{D_0}{Y^3}}$$

### Formule varie

ellisse  $c = \frac{c}{a} \quad c = \sqrt{a^2 - b^2}$   
 $(0 \leq c < 1)$

iperbole  $c = \frac{c}{a} \quad c = \sqrt{a^2 + b^2}$   
 $(c > 1)$

parabola  $d(V, F) = d(V, f) = \frac{p}{2}$   
 $(c = 1)$

semidistanza focale

208