



Università degli Studi di Verona

DIPARTIMENTO DI INFORMATICA

Esame di Analisi Matematica II - a.a. 2007/08, M. Squassina

[Corsi di Laurea in Mat. Applicata, Spec. Informatica, Info. Multimediale, Bioinfo]

Appello d'esame N.1, 13 Dicembre 2007 - Sessione Straordinaria

Nome, Cognome, Matricola, CdL:

MatApp

Indicazioni: Per sostenere l'esame è necessario essere iscritti on-line. Scrivere *nome, cognome, matricola* e *corso di laurea* in stampatello. I compiti anonimi *non* saranno corretti. Libri, appunti e calcolatrici grafiche *non* sono consentiti. Totale punteggio massimale: +35 punti.

Problema 1 [≤ 8 pt]. Studiare, al variare di $\alpha > 0$, continuità e la differenziabilità di $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(x^2 + y^2)}{\sin[(x^2 + y^2)^\alpha]} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Problema 2 [≤ 10 pt]. Studiare i massimi e minimi assoluti della funzione $f: Q \rightarrow \mathbb{R}$:

$$f(x, y) = \sin(x^2 + y^2), \quad Q = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq \sqrt{\frac{\pi}{2}}, |y| \leq \sqrt{\frac{\pi}{2}} \right\}.$$

Problema 3 [≤ 10 pt]. Calcolare, al variare di $\alpha > 0$, l'integrale doppio:

$$I_\alpha = \int_C \frac{xy}{\alpha x^2 + y^2} dx dy, \quad C = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{\alpha^2}{3} \leq x^2 + \alpha^2 y^2 \leq \alpha^2, y \geq \frac{x}{\alpha} \right\}.$$

Problema 4 [≤ 7 pt]. Studiare la convergenza puntuale della successione $f_n: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$

$$f_n(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } \frac{n+1}{n} < x \leq 2 \\ 1 & \text{se } \frac{1}{n} \leq x \leq \frac{n+1}{n} \\ 0 & \text{se } 0 \leq x < \frac{1}{n}. \end{cases}$$

Su quali intervalli $[a, b] \subset [0, 2]$ tale convergenza è uniforme?