

# Esercizi sulle disequazioni

## 1 Disequazioni razionali fratte

Determinare l'insieme delle soluzioni delle seguenti disequazioni.

$$\begin{aligned} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - 4} &\geq 0 \\ \frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 - x + 1} &\leq 0 \\ \frac{4x^2 + 3x - 1}{3x^2 - 4} &\leq 0 \\ \frac{3x^2 + 5x + 2}{2x^2 - x + 2} &\leq 0 \\ \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - 7x + 6} &> 0 \\ \frac{x^2 - 5x + 5}{9 - x^2} &< 0 \\ \frac{2x - 1}{x - 3} &\leq \frac{x + 1}{x - 1} \\ \frac{7x - 4}{x^2 - 4} - \frac{2}{x - 2} &< \frac{7}{x + 2} \\ \frac{x^3 + x^2}{3} + \frac{x^2}{x + 3} &< x^3 - \frac{x^2}{3x + 9} \\ x(x - 2) &< \frac{9 - x}{x_1} \\ \frac{x^3 - x^2}{x^2 - 3x + 2} &> 0 \\ \frac{x^2 - 4x + 1}{-x^2 + 12x - 3} &> 0 \\ \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2} &< 0 \end{aligned}$$

## 2 Disequazioni con i moduli

Determinare l'insieme delle soluzioni delle seguenti disequazioni.

$$\begin{aligned} \frac{|x-2|+|x+3|}{x^2-3x+1} &< 0 \\ \frac{|3x^2+2x^2-2|}{x^2-4} - 1 &\leq 0 \\ \left| \frac{x-1}{2+x} \right| &> \frac{1}{2} \\ \frac{3-|x+1|}{|2-x|-4} &\leq 0 \\ \frac{x^2+|x-2|}{x^2-|x+2|} &> 0 \\ \left| \frac{2x-1}{1-x} \right| &< 1 \\ x^2 - 3|x| + 2 &> 0 \\ |\sin x| + |\cos x| &\leq 1 \\ |\sin x| - |\cos x| &\geq 0 \\ |x^2 - 3x + 2| &\geq \frac{1}{4} \end{aligned}$$

## 3 Disequazioni irrazionali

Determinare l'insieme delle soluzioni delle seguenti disequazioni.

$$\begin{aligned} \sqrt{x^2 - x} - x + 1 &< 0 \\ \sqrt{2x^2 - 5x + 2} &> 3x^2 - x - 1 \\ \sqrt{|x^2 - 7x + 10|} - 3x - 1 &> x^2 \\ \frac{\sqrt{x^2 - 3x - 4}}{x^2 - 1} &\leq 1 \\ \sqrt{x} + x - 3 &> 0 \\ x^4 - 1 &> \sqrt{-2x - x^4} \\ 2x - 1 &< \sqrt{1 - x^2} \\ \sqrt{1 + x^2} &= |x| \\ \sqrt{2x - 1} &< \sqrt{1 - x^2} \\ |\sqrt{x} - x| &\leq 1 \end{aligned}$$

## 4 Disequazioni coi logaritmi

Determinare l'insieme delle soluzioni delle seguenti disequazioni.

$$\begin{aligned} \ln(x^2 - 5x + 6) &\geq 1 \\ \log_2(x^2 - 5x + 3) &< 0 \\ \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{x^2}{1+x^2}\right) &< 1 \\ \frac{1}{2}\log(3x+5) + \frac{1}{2}\log x &> 1 \\ \frac{\log x + 5}{\log x + 2} - \frac{2}{5}(\log x + 5) &\geq -\frac{2}{5} \end{aligned}$$

## 5 Disequazioni con gli esponenziali

Determinare l'insieme delle soluzioni delle seguenti disequazioni.

$$\begin{aligned}5^{2x-4} - 5^{x-1} - 12 &> 0 \\3^{2x-4} - 4 \cdot 3^{x-2} + 3 &> 0 \\4^{x+1} \cdot 8^{2x-3} &< \frac{2^{1+x}}{16} \\(3^{x+1})^{x-2} \cdot 9^{3x+2} &> 81^{x+2} \\x^2 \cdot 2^{x+1} + 2^{|x-3|+2} &\geq x^2 \cdot 2^{|x-3|+4} + 2^{x-1}\end{aligned}$$

## 6 Disequazioni con le funzioni trigonometriche

Determinare l'insieme delle soluzioni delle seguenti disequazioni.

$$\begin{aligned}3 \sin x - x &< 0 \\\tan x + x - 1 &\leq 0 \\x^2 - 2 \cos x &> 0 \\\sin x &> 2 \cos x \\\frac{x^2 - 3x - 4}{\sin x} &< 0 \\3 \sin x + 3\sqrt{3} \cos x &< 0 \\\cos(3x - 2) - \cos(2 - x) &> 0\end{aligned}$$

## 7 Esercizi di ricapitolazione

$$\left| \frac{x-3}{2x+1} \right| \geq \frac{1}{2}$$

$$|x+3| - |x-1| \leq 0$$

$$x^4 - 6x^2 + 8 < 0$$

$$x^3 + x^2 - 2 < 0$$

$$\frac{1}{2x} + |2x-1| < 2$$

$$|\cos x| < \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\left| \frac{|x|-3}{x-3} \right| < 2$$

$$1 + \sqrt{2(\ln x)^2 + 3 \ln x - 2} > \ln x$$

$$2^{1+x^2} \log(1+x^2) < 2^{10}$$

$$|x-1| \leq x^2 - 3$$

$$|x^2 - 3x - 2| < x + 1$$

$$|x|^3 - 2x(1+|x|) < 0$$

$$\sqrt{x^2 - x + 1} \leq x - 1$$

$$\sqrt{x^2 - 2x + 4} \geq x - 2$$

$$\sqrt{3x - x^2 + 1} \leq 2x - 1$$

$$(x^2 + 2x)e^x \leq 0$$

$$\frac{\ln x}{x^2} > 0$$

$$\frac{x}{x+1} e^{-x} > 0$$

$$\frac{\sqrt{x^2 + x} - x}{x^2 + 7x + 12} \leq 0$$