

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI VERONA

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali

Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica

Marco Squassina

Anno Accademico 2006-2007

Indice

1	Numeri reali	7
1	Breve premessa	7
2	Proprietà fondamentali	7
2.1	Proprietà algebriche	7
2.2	Proprietà di ordinamento	8
3	Insiemi e funzioni	10
3.1	Funzioni iniettive, suriettive	13
3.2	Reali e coordinate cartesiane	14
4	Estremo superiore e inferiore	15
5	Estensione di $\mathbb{R}$ ad $\overline{\mathbb{R}}$	17
6	Interi, razionali e irrazionali	20
7	Il binomio di Newton	24
8	Cenni sui numeri complessi	26
9	Esercizi	31
2	Limiti e continuità	40
1	Breve premessa	40
2	Funzioni continue	41
3	Topologia della retta reale	44
4	Limite di una funzione	48
4.1	Alcuni teoremi sui limiti	52
4.2	Limiti su restrizioni	54
4.3	Limiti e funzioni monotone	57
4.4	Massimo e minimo limite	58
5	Punti di discontinuità	60
6	Successioni	62
6.1	Limiti e successioni	64

6.2	Sottosuccessioni	65
7	Alcune funzioni elementari	68
7.1	La funzione esponenziale	68
7.2	Le funzioni trigonometriche	72
7.3	Forma trigonometrica dei complessi	73
8	Proprietà delle funzioni continue	75
8.1	Funzioni uniformemente continue	78
9	Altre funzioni elementari	81
10	Serie numeriche	85
10.1	Prime proprietà	85
10.2	Serie a termini positivi	89
10.3	Serie a termini di segno variabile	94
11	Esercizi	97
3	Calcolo differenziale	111
1	Breve premessa	111
2	La derivata	111
3	Punti di non derivabilità	120
4	Alcune proprietà delle funzioni derivabili	121
5	I teoremi di L'Hôpital	125
6	La formula di Taylor	128
7	Funzioni convesse	132
8	Esercizi	136
4	Calcolo integrale	143
1	Breve premessa	143
2	Integrale inferiore superiore	144
3	Funzioni integrabili	148
4	Il teorema fondamentale del calcolo integrale	153
5	Formule di integrazione	157
6	Integrali impropri	159
7	Esercizi	165

Premessa

Queste dispense, indirizzate agli studenti del primo anno di studi del corso di laurea in Informatica dell'Università di Verona, nascono da una rielaborazione del materiale didattico utilizzato dal Prof. Marco Degiovanni per il corso di Analisi Matematica uno, presso l'Università Cattolica del Sacro Cuore. La trattazione si limita ai capitoli dedicati ai numeri reali, ai limiti, al calcolo differenziale e, infine, al calcolo integrale. Verranno considerate acquisite le nozioni di base di logica e teoria degli insiemi. Allo scopo di adeguare i contenuti al nuovo target di studenti ed ammorbidire il rigore dell'esposizione, sono state aggiunte nuove sezioni e vari esempi, controesempi ed osservazioni dopo ogni risultato di un certo rilievo. Al termine di ognuno dei quattro capitoli, si possono trovare numerosi esercizi, alcuni dei quali includono anche una soluzione. I problemi sono stati sviluppati in collaborazione con i dott. Mauro Garavello e Alessandro Alippi durante i miei precedenti corsi di Analisi Matematica A tenuti presso il Politecnico di Milano. Per alcuni teoremi verrà omessa la dimostrazione; in alcuni altri casi la dimostrazione è presente ma non verrà svolta in dettaglio in aula durante le lezioni. Rispetto ad alcune trattazioni della materia post riforma tendenti a sacrificare gli aspetti formali ed assiomatici a favore di quelli concreti e geometrici, si è preferito mantenere comunque abbastanza alto il rigore espositivo. Durante le lezioni verranno svolti ulteriori esempi ed esercizi, complementari a quelli qui inclusi.

Verona, 20 ottobre 2006.