

# Foglio 10

Da consegnare mercoledì 19 a lezione

**Esercizio 1** (Punti 12). 1. Nel piano euclideo reale, in cui sia fissato un riferimento cartesiano, scrivere la matrice della simmetria obliqua attorno alla retta

$$r : 2x + y - 2 = 0$$

lungo la direzione  $\langle [1 \ 0]^T \rangle$ . (Usare il formalismo unificato).

2. Scritta l'equazione della circonferenza  $\mathcal{C}$  passante per  $O : (0, 0)$ ,  $A : (1, 0)$  e  $B : (0, 2)$ , determinare l'equazione di  $\mathcal{C}'$ , immagine di  $\mathcal{C}$  mediante la simmetria obliqua in questione. Di che tipo di curva si tratta? Qual'è l'immagine del centro di  $\mathcal{C}$ ? Giustificare la risposta.

**Esercizio 2** (Punti 12). Nello spazio euclideo siano date le rette

$$r : \begin{cases} x + y = 0 \\ y + z + 3 = 0 \end{cases}, \quad s : \begin{cases} x - 4y + 4 = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$$

- (i) Determinare la retta  $\ell$  passante per  $P(1, 0, 1)$ , incidente ad  $r$  e ortogonale ad  $s$ .
- (ii) Le rette  $\ell$  e  $s$  sono complanari? Giustificare la risposta.
- (iii) Calcolare la distanza tra  $\ell$  ed  $s$ .
- (iv) Sia  $s'$  la retta per  $P$  e parallela ad  $s$ . Determinare le equazioni di  $s$  nel sistema di riferimento in cui l'asse  $X$  è la retta  $\ell$  e l'asse  $Y$  è la retta  $s'$ . (Chi è l'asse  $Z$ ?)

**Esercizio 3** (Punti 9). ● Nello spazio euclideo si considerino i vettori  $\vec{v} = [1 \ 1 \ 1]^T$  e  $\vec{w} = [2 \ 2 \ 1]^T$ .

- (i) Si decomponga il vettore  $\vec{v}$  come somma di  $\vec{v}_1 + \vec{v}_2$  in cui  $\vec{v}_1$  è ortogonale a  $\vec{w}$  e  $\vec{v}_2$  è parallelo a  $\vec{w}$ .
- (ii) Si determinino le superfici dei due parallelogrammi aventi come lati i vettori  $\vec{v}\vec{v}_1$  (primo parallelogramma) e  $\vec{v}\vec{v}_2$  (secondo parallelogramma).
- (iii) Le due superfici del punto precedente risultano uguali: dire se si tratta di un risultato generale (indipendente dai vettori  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$  dati), ed eventualmente giustificarlo e darne un'interpretazione in termini di geometria (piana) euclidea.

**N.B.**

Il simbolo ● denota esercizi giudicati **difficile**.