

Foglio 9

Consegna Lunedì 9 dicembre ore 11:30

Esercizio 1 (Punti 8). Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da $f[x, y]^T = [2y, x - 4y, 5x]^T$.

1. Scrivere la matrice associata a f rispetto alla base canonica su dominio e codominio.
2. Determinare $\ker(f)$ e $\text{Im}(f)$.
3. Mostrare che l'insieme $\mathcal{B} = \{[1, 1, -1]^T, [1, -1, 0]^T, [1, 1, 0]^T\}$ è una base di \mathbb{R}^3 .
4. Scrivere la matrice associata a f rispetto alla base canonica nel dominio e alla base \mathcal{B} nel codominio.

Esercizio 2 (Punti 10). Si consideri la base $\mathcal{B} = \{(0, 1, 0)^T, (1, 0, 1)^T, (1, 1, 2)^T\}$ di \mathbb{C}^3 . Si consideri l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ che rispetto alla base \mathcal{B} su dominio e codominio ha matrice

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

1. trovare la matrice di f rispetto alla base canonica su dominio e codominio
2. trovare la matrice di f rispetto alla base \mathcal{B} sul dominio e alla base canonica sul codominio
3. trovare la matrice di f rispetto alla base canonica sul dominio e alla base \mathcal{B} sul codominio
4. Trovare $\ker f$ e $\text{Im} f$

Esercizio 3 (Punti 6). 1. Si determini una applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tale che $(1, 0, 1)^T \in \ker(f)$, $(2, 1, 0) \in \text{Im} f$, $(0, 1, 2) \in \text{Im} f$.

2. Si scriva la matrice di f rispetto alla base canonica su dominio e codominio.
3. Si trovi $\ker(f)$ e $\text{Im} f$

Esercizio 4 (Punti 6). Sia $\mathcal{B} = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ dove $v_1 = (1, 0, 1, 0)^T$, $v_2 = (0, 0, 0, 1)^T$, $v_3 = (0, 1, 0, 0)^T$, $v_4 = (1, 1, 0, 0)^T$.

1. si verifichi che \mathcal{B} è una base di \mathbb{C}^4 .
2. Sia $f : \mathbb{C}^4 \rightarrow \mathbb{C}^4$ tale che $f(v_1) = 2v_2 - 5v_3 + v_4$, $f(v_2) = 2v_1 - 3v_4$, $f(v_3) = v_1 - v_3$, $f(v_4) = v_4$. Si scriva la matrice di f rispetto alla base \mathcal{B} su dominio e codominio.
3. Scrivere la matrice di f rispetto alla base \mathcal{B} sul dominio e base canonica sul codominio .