



Università degli Studi di Verona

DIPARTIMENTO DI INFORMATICA

Appello di Analisi Matematica II (Mod. base) - a.a. 07/08, M. Squassina

[Corsi di Laurea in Mat. Applicata, Spec. Informatica, Info. Multimediale, Bioinfo]

Appello d'esame N.7, 25 Settembre 2008 - Sessione Autunnale

Nome, Cognome, Matricola, CdL:

MatApp? crocia il box

Indicazioni: Per sostenere l'esame è necessario essere iscritti on-line. Scrivere *nome, cognome, matricola* e *corso di laurea* in stampatello. I compiti anonimi *non* saranno corretti. Libri, appunti e calcolatrici grafiche *non* sono consentiti. Punteggio massimo: +35 punti.

GIUSTIFICARE ACCURATAMENTE TUTTE LE RISPOSTE FORNITE

Problema 1 [≤ 10 pt]. Sia $\alpha > 0$ e si consideri la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\cos(x^2 y^2) - 1}{\sin[\ln(1 + (4x^2 + 25y^2)^\alpha)]} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Discutere la differenziabilità di f in $(0, 0)$ al variare di α .

Problema 2 [≤ 8 pt]. Si determini l'insieme $f(\mathbb{R}^2) \subset \mathbb{R}$, dove f è la funzione definita da $f(x, y) = e^{-x^2 - y^2} (x^2 - y^2)$.

Problema 3 [≤ 8 pt]. Per ogni $\alpha > 0$ si consideri l'integrale

$$I(\alpha) = \iint_{C_\alpha} \frac{1}{1 + \alpha^2 x^2 + y^2} dx dy, \quad C_\alpha = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \alpha^2 x^2 + y^2 \leq \alpha^2\}.$$

Si calcoli il limite

$$\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} \frac{\alpha I(\alpha)}{2 \ln \alpha}.$$

Problema 4 [≤ 9 pt]. Mostrare che la relazione

$$F(x, y) = 0, \quad F(x, y) = x^2 y^3 + x + y,$$

individua una funzione implicita φ definita in un intorno di $(0, 0)$. Mostrare inoltre che

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\varphi(x) + x}{x} = 0.$$

Dire infine se la funzione implicita φ si può definire su tutto \mathbb{R} . [*]

[*] L'ultima richiesta è facoltativa.

[*] *Suggerimento: ad $x \in \mathbb{R}$ fissato si calcolino $\lim_{y \rightarrow \pm\infty} F(x, y)$ e il segno di $\frac{\partial F}{\partial y}(x, y)$. Si utilizzi poi un noto teorema.*