



Università degli Studi di Verona

DIPARTIMENTO DI INFORMATICA

Appello di Analisi Matematica II (Mod. base) - a.a. 08/09, M. Squassina

[Corsi di Laurea in Mat. Applicata, Spec. Informatica, Info. Multimediale, Bioinfo]

Appello d'esame, 30 giugno 2009 - Sessione Estiva

Nome, Cognome, Matricola e CdL:

Matematica Applicata? crocia il box: **si** **no**

Quanti errori nel qualifying? crocia il box: **0** **1** **2**

Indicazioni: Per sostenere l'esame è necessario essere iscritti on-line. Scrivere *nome, cognome, matricola e corso di laurea* in stampatello. I compiti anonimi *non* saranno corretti. Libri, appunti e calcolatrici grafiche *non* sono consentiti. Punteggio massimo: +35 punti.

GIUSTIFICARE ACCURATAMENTE TUTTE LE RISPOSTE FORNITE

Problema 1 [≤ 10 pt]. Si consideri la funzione $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita ponendo

$$f(x, y) = \begin{cases} y & \text{se } (x, y) \in E, \\ 0 & \text{se } (x, y) \in \mathbb{R}^2 \setminus E, \end{cases} \quad E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 \leq y \leq 2x^2\}.$$

Studiare la derivabilità e la differenziabilità di f in $(0, 0)$.

Problema 2 [≤ 8 pt]. Si consideri la funzione $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = \frac{xy}{4 + x^2 + y^2}.$$

Si dica se esiste o meno il limite di f per $|(x, y)| \rightarrow \infty$. Si studino poi i massimi e minimi assoluti di f .

Problema 3 [≤ 8 pt]. Per ogni $\alpha > 0$ si calcoli l'integrale (improprio)

$$\iint_C \frac{1}{x^\alpha \sqrt{y}} dx dy, \quad C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq x^{2+2\alpha} e^{-x}, x \geq 0\}.$$

Problema 4 [≤ 9 pt]. Sia $\alpha \geq 0$. Applicando i risultati sulle serie di Fourier alla funzione f di periodo 2π definita ponendo $f(x) = e^{-\alpha x}$ su $[-\pi, \pi]$, calcolare la somma della serie numerica

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^2 + \alpha^2}.$$