

Università degli Studi di Verona
Laurea in Matematica Applicata

Seconda prova di Algebra Lineare ed Elementi di Geometria — 06 giugno 2016

matricola cognome nome

Scrivere subito matricola, nome e cognome e riconsegnare questo foglio al termine della prova.

Ex1	Ex2	Ex3	Tot

Esercizio 1 (Punti 10). Si consideri la matrice $A_\alpha \in M_{3 \times 3}(\mathbb{R})$, dipendente dal parametro reale α :

$$A_\alpha = \begin{pmatrix} 0 & \alpha & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- i. Si determinino i valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ tali che A_α abbia esattamente tre autovalori reali e distinti.
- ii. Si determinino i valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ tali che A_α sia diagonalizzabile su $\mathbb{R}$.
- iii. Sia $\alpha = 3$. Si determini una base di $\mathbb{R}^3$ formata da autovettori di A_3 .

Esercizio 2 (Punti 10). Nello spazio euclideo reale $\mathbb{E}^3$ in cui sia fissato un sistema di riferimento cartesiano si considerino il punto $M : (0, -1, 1)$ e il piano $\pi : 2y - z = 0$.

- i. Si determini la proiezione ortogonale H di M su π .
- ii. Si determini la proiezione M' di M su π lungo la direzione definita dal vettore $\vec{v} = [-1 \ 2 \ 0]^T$.
- iii. Calcolare l'area del triangolo OHM' , in cui O è l'origine del sistema di riferimento.
- iv. Detto M'' il simmetrico di M rispetto a π lungo $\overrightarrow{OM}$, determinare il volume del tetraedro $MM'M''H$.

Esercizio 3 (Punti 10). Si consideri il piano euclideo reale, in cui sia fissato un riferimento cartesiano, ampliato proiettivamente e complessificato.

- i. Si determini la conica $\mathcal{P}$ tangente in $A = [1, 1, 1]$ alla retta di direzione $E = [0, -1, 1]$, tangente in $C = [0, 2, -1]$ alla retta impropria e passante per il punto $P = [1, -1, -2]$.
- ii. Si determinino l'asse, il vertice, il fuoco e la direttrice della conica $\mathcal{P}$.
- iii. Si abbozzi un grafico di $\mathcal{P}$.

Le risposte vanno adeguatamente giustificate