

ellisse

parabola

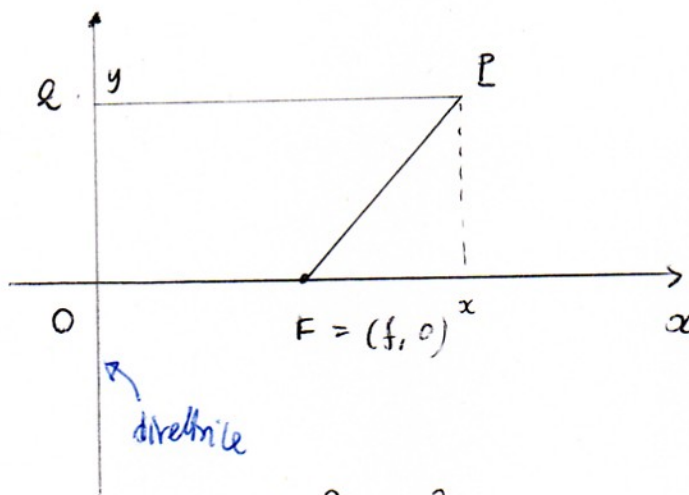
iperbole

luogo dei punti del piano tali che il
rapporto delle loro distanze da un pto
fisso e da una retta fissa sia costante
(fuoco) (direttrice)

$$e < 1 \quad 0 \leq e \text{ è detto} \\ = 1 \quad \text{eccentricità} \\ > 1$$

Se $e = 0$ si
ha una circonferenza

Vorrei chiamarlo



$$\frac{(x-f)^2 + y^2}{x^2} = e^2$$

Si ha:

(★)

$$x^2(1-e^2) + y^2 - 2fx + f^2 = 0$$

Sia $e \neq 1$. Allora chiamiamo con l'asse x ($y=0$).

$$(1-e^2)x^2 - 2fx + f^2 = 0$$

$$x = \frac{f \pm \sqrt{f^2 - f^2(1-e^2)}}{1-e^2}$$

$$\alpha = \frac{f \pm fe}{1-e^2} = f \frac{1 \pm e}{1-e^2} = \frac{f}{1 \mp e}$$

Poniamo l'origine in $\frac{f}{1-e^2}$ (p.to medio) $\bar{x}$ il
 $\alpha = X + \frac{f}{1-e^2}$ $y = Y$  metodo del completamento dei quadrati

Si trova

$$(1-e^2) \left(X + \frac{f}{1-e^2} \right)^2 - 2f \frac{f}{1-e^2} - 2fX + Y^2 + f^2 = 0$$

$$(1-e^2) \left[X^2 + \frac{2fX}{1-e^2} + \frac{f^2}{(1-e^2)^2} \right] - \frac{2f^2}{1-e^2} - 2fX + Y^2 + f^2 = 0$$

$$(1-e^2) X^2 - \frac{f^2}{1-e^2} + f^2 + Y^2 = 0$$

$$(1-e^2) X^2 + Y^2 + f^2 \left(1 - \frac{1}{1-e^2} \right) = 0$$

$$(1-e^2) X^2 + Y^2 - \frac{f^2 e^2}{1-e^2} = 0$$

$e < 1$ ellipse

$e > 1$ iperbole

Potiamo $a^2 = \frac{f^2 e^2}{(1-e^2)^2}$

$$b^2 = a^2(1-e^2)$$

Risultato

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2(1-e^2)} = 1$$

$0 \leq e < 1$ ellisse

$e > 1$ parabola

$$-b^2 = a^2(1-e^2)$$

Se $e = 1$, si ha un'unica radice (*) $x = \frac{f}{2}$,

e il pto $(\frac{f}{2}, 0)$

posto $x = X + \frac{f}{2}$, $y = Y$ si ha in (*)

$$Y^2 - 2f(X + \frac{f}{2}) + f^2 = 0$$

$$Y^2 - 2fX = 0$$

parabola

$$p = f$$

origine:
vertice della
parabola

(*) l'altra intersezione è "all'infinito"
v. oltre per l'approccio proiettivo

variante più veloce:

$$x^2(1-e^2) + y^2 - 2fx + f^2 = 0$$

$$x^2 - 2\left(\frac{f}{1-e^2}\right)x + \frac{f^2}{(1-e^2)} + \frac{y^2}{(1-e^2)} = 0$$

$$\underbrace{\left(x - \frac{f}{1-e^2}\right)^2}_X + \frac{y^2}{1-e^2} + \frac{f^2}{(1-e^2)} - \frac{f^2}{(1-e^2)^2} = 0$$

$$\frac{f^2}{1-e^2} \left(\frac{1-e^2-1}{1-e^2} \right) = -\frac{f^2 e^2}{(1-e^2)^2}$$

$\Rightarrow$ come prima si pone

$$a^2 = \frac{f^2 e^2}{(1-e^2)^2}$$

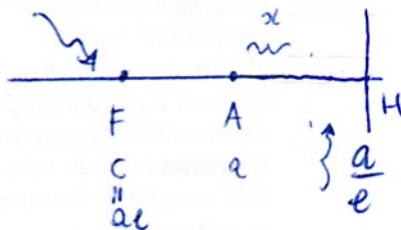
$$b^2 = a^2(1-e^2)$$

$$\Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = a^2 e^2$$

direttrice

$$c = ae$$

foco



$$\frac{\overline{AF}}{\overline{AH}} = e \quad \text{con } x$$

$$x = \frac{\overline{AF}}{e} = \frac{a-c}{e}$$

$$a + a\left(\frac{1-e}{e}\right) = a\left[\frac{e+1-e}{e}\right] = \frac{a}{e}$$

$$= \frac{a(1-e)}{e}$$

I-37 NUOVA

qui
 $e < 1$
(ellisse)