

# Sistemi

Laurea Magistrale in Ingegneria e Scienze Informatiche

Anno Accademico 2009-2010

Docenti: Vincenzo Manca, Riccardo Muradore, Tiziano Villa

17 Giugno 2010

Metodi di Specifica  
17 Giugno 2010

Nome e Cognome:

Corso di Laurea:

Matricola:

Posta elettronica:

problema	punti massimi	i tuoi punti
problema 1	4	
problema 2	6	
totale	10	

1. Una rete di Petri marcata e' specificata da una quintupla:  $\{P, T, A, w, x\}$ , dove  $P$  sono i posti,  $T$  le transizioni,  $A$  gli archi,  $w$  la funzione di peso sugli archi, e  $x$  il vettore di marcamento (numero di gettoni per posto).  $I(t_i)$  indica l'insieme dei posti in ingresso alla transizione  $t_i$ ,  $O(t_j)$  indica l'insieme dei posti in uscita dalla transizione  $t_j$ .

Si consideri la rete di Petri  $P_{41}$  definita da:

- $P = \{p_1, p_2, p_3\}$
- $T = \{t_1, t_2, t_3\}$
- $A = \{(p_1, t_1), (p_1, t_3), (p_2, t_1), (p_2, t_2), (p_3, t_3), (t_1, p_2), (t_1, p_3), (t_2, p_3), (t_3, p_1), (t_3, p_2)\}$
- $\forall i, j \ w(p_i, t_j) = 1$ , tranne che  $w(p_1, t_1) = 2$ .

(a) Si disegni il grafo della rete di Petri  $P_{41}$ .

- (b) Sia  $x_0 = [1, 0, 1]$  la marcatura iniziale. Si disegni l'albero di copertura. Che cosa si deduce circa la transizione  $t_1$  ?

Traccia di soluzione.

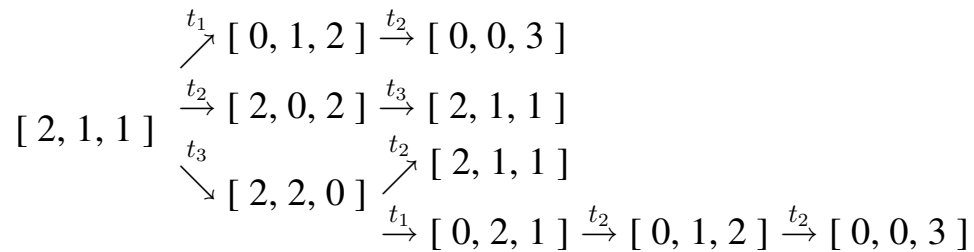
$$[1, 0, 1] \xrightarrow{t_3} [1, 1, 0] \xrightarrow{t_2} [1, 0, 1].$$

La transizione  $t_1$  non e' mai abilitata.

- (c) Sia  $x_0 = [2, 1, 1]$  la marcatura iniziale. Si disegni l'albero di copertura, e per mezzo di esso si classifichino i comportamenti possibili della rete.

Traccia di soluzione.

Albero di copertura.



Nello stato  $[0, 0, 3]$  c'e' un blocco (nessuna transizione e' abilitata), mentre dallo stato  $[2, 1, 1]$  si ripete.

2. Si consideri il seguente automa temporizzato con due orologi  $x_1$  e  $x_2$  (e un'uscita  $y(t) \equiv (x_1, x_2)$ ):

- locazioni:  $l_1, l_2$ , dove  $l_1$  e' una locazione iniziale, con condizioni iniziali  $x_1 := 0, x_2 := 0$ .
- dinamica della locazione  $l_1$ :  $\dot{x}_1 = 1, \dot{x}_2 = 1$ ,  
invariante della locazione  $l_1$ :  $(x_1, x_2) \in \text{Reali} \times \text{Reali}$ ,  
dinamica della locazione  $l_2$ :  $\dot{x}_1 = 1, \dot{x}_2 = 1$ ,  
invariante della locazione  $l_2$ :  $(x_1, x_2) \in \text{Reali} \times \text{Reali}$ ;
- transizione  $e_1$  da  $l_1$  a  $l_2$ :  $A/y(t), x'_1 := 0, x'_2 := x_2$ ,  
transizione  $e_2$  da  $l_2$  a  $l_1$ :  $B/y(t), x'_1 := x_1, x'_2 := x_2$ ,  
dove  $A = \{(x_1, x_2) \mid x_1 \leq 3 \wedge x_2 \leq 2\}$ ,  
dove  $B = \{(x_1, x_2) \mid x_1 \leq 1\}$   
(la sintassi delle annotazioni di una transizione e' *guardia/uscita, azione*);
- ingresso assente perche' il sistema e' autonomo;
- uscita  $y(t) \in \text{Reali} \times \text{Reali}$ .

(a) Si disegni il diagramma di transizione dell'automata, annotando con precisione locazioni e transizioni.

(b) Si considerino gli stati (prodotto cartesiano di una locazione e una regione in  $R^2$ )

- i.  $P_1 = (l_1, \{1 < x_2 < x_1 < 2\})$ ,
- ii.  $P_2 = (l_1, \{0 < x_2 = x_1 < 1\})$ ,
- iii.  $P_3 = (l_2, \{0 < x_2 < 1, 1 < x_1 < 2, x_2 < x_1 - 1\})$ ,
- iv.  $P_4 = (l_2, \{1 < x_2 < 2, x_1 = 0\})$ .

Si rappresentino tali stati graficamente (con un diagramma cartesiano per la locazione  $l_1$  e uno per la locazione  $l_2$ ).

- (c) Si calcolino gl'insiemi  $Pre_\tau(P_1)$ ,  $Pre_\tau(P_2)$ ,  $Pre_\tau(P_3)$ ,  $Pre_\tau(P_4)$ , dove  $Pre_\tau(P)$  e' l'operatore predecessore di  $P$  per effetto della transizione  $\tau$  che indica lo scorrere del tempo (cioe'  $\tau$  indica l'evoluzione dell'automa ibrido per integrazione della dinamica definita nella locazione associata a  $P$ ):

$$Pre_\tau(P) = \{(q, x) \in Q \times R^2 \mid \exists (q', x') \in P, t \geq 0 \text{ tale che } (q = q') \wedge (x' = x + t \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix})\}.$$

Si consideri solo la regione  $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ .

Traccia di risposta.

Gl'insiemi predecessori si calcolano come segue:

$$\begin{aligned} Pre_\tau(P_2) &= P_2 \cup (\{l_1\} \times \{x_1 = x_2 = 0\}) \\ Pre_\tau(P_3) &= P_3 \cup (\{l_2\} \times \{(1 < x_1 < 2) \wedge (x_2 = 0)\}) \\ Pre_\tau(P_4) &= P_4 \\ Pre_\tau(P_1) &= P_1 \cup \\ &\quad \cup (\{l_1\} \times \{(1 < x_1 < 2) \wedge (x_2 = 1)\}) \\ &\quad \cup (\{l_1\} \times \{(1 < x_1 < 2) \wedge (0 < x_2 < 1) \wedge (x_1 - 1 < x_2)\}) \\ &\quad \cup (\{l_1\} \times \{(x_1 = 1) \wedge (0 < x_2 < 1)\}) \\ &\quad \cup (\{l_1\} \times \{(0 < x_1 < 1) \wedge (0 < x_2 < 1) \wedge (x_1 > x_2)\}) \\ &\quad \cup (\{l_1\} \times \{(0 < x_1 < 1) \wedge (x_2 = 0)\}) \end{aligned}$$

Tutti gl'insiemi  $Pre$  sono unioni di elementi del grafo delle regioni, un fatto usato nella dimostrazione che il grafo delle regioni definisce una bisimulazione.