PhaVer e Ariadne

Laboratorio di Sistemi in Tempo Reale

Corso di Laurea in Informatica Multimediale

22 Novembre 2007

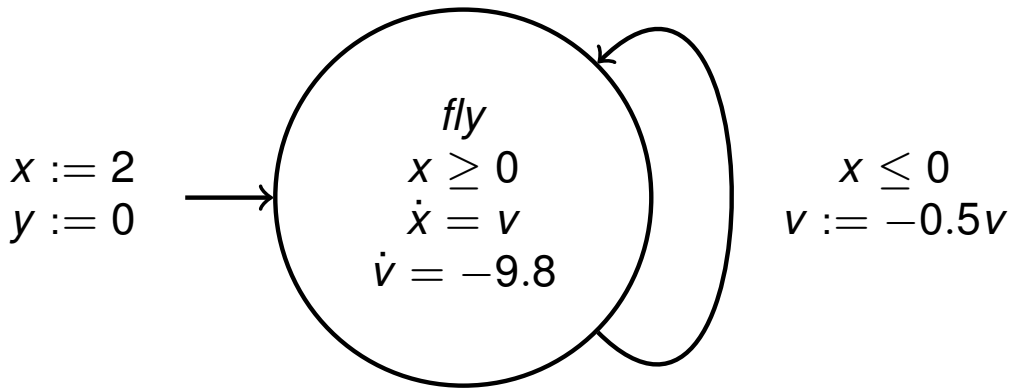
Outline

PhaVer è un pacchetto per la verifica di automi ibridi

- sviluppato da Goran Frehse come successore di HyTech
- modella automi con dinamica lineare (come d/dt)
- interfaccia di tipo testuale, simile ad HyTech
- supporta la composizione di più automi
- verifica di proprietà di sicurezza e raggiungibilità

Programma e documentazione:
`www-verimag.imag.fr/~frehse/phaver_web/index.html`

Esempio: una palla che rimbalza



- La palla cade da un'altezza iniziale di $2m$;
- ad ogni rimbalzo, la sua velocità viene dimezzata;
- v è la velocità della palla;
- x è la posizione della palla.

Modellare la palla che rimbalza in PhaVer (`bouncing.pha`)

```
// costante di gravita'
//
g:=9.8;

// descrizione dell'automa
//
automaton bouncing_ball
state_var: v, x;
synclabs: jump;
loc state: while x>=0 & x<=10 & v<=10 & v>=-10
  wait {x'==v & v'==-g}
  when x<=0 sync jump do {v'==-v*0.5 & x'==x}
    goto state;
initially: state & x==2 & v==0;
end
```

Modellare la palla che rimbalza in PhaVer (2)

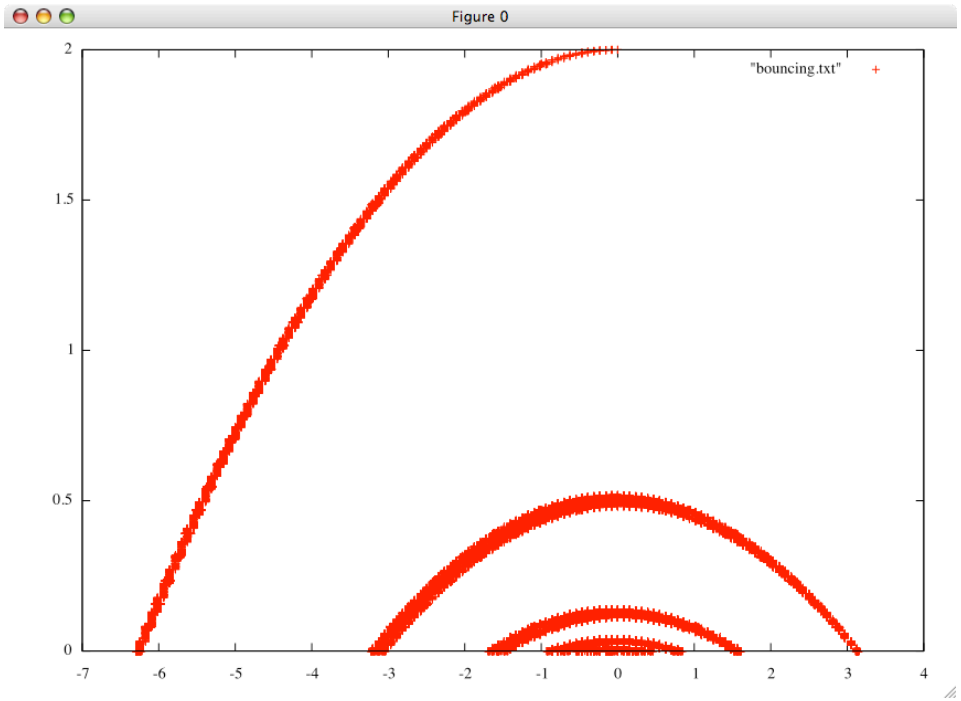
```
// Definizione della griglia
//
bouncing_ball.add_label(tau);
bouncing_ball.set_refine_constraints
    ((x, 0.1),(v,0.1),tau);

//
// Comandi di ananlisi
//
reg=bouncing_ball.reachable;

//
// Salvataggio dell'output
//
reg.print("bouncing.txt",2);
```

PhaVer: visualizzare le regioni raggiunte

- Lanciamo PhaVer sull'esempio della palla:
  `phaver bouncing.pha`;
- Il file `.txt` di output può essere visualizzato con `gnuplot`:
  `plot "bouncing.txt"`



Outline

Un breve introduzione ad Ariadne

- sviluppato da UniVr, UniUd, Parades, CWI
- può modellare automi anche con dinamica non lineare
- open source
- nucleo di calcolo scritto in C++
- struttura modulare e facilmente estendibile ed adattabile
- interfaccia in Python (solo dinamiche lineari)
- verifica di proprietà di sicurezza e raggiungibilità

Ariadne: l'interfaccia Python

- consente di accedere al motore di calcolo senza scrivere codice C++
- non è necessario compilare: Python è un linguaggio interpretato
- è flessibile: si può mescolare codice Python con le routine di calcolo di Ariadne
- efficiente: la computazione "pesante" è effettuata dal motore C++
- interfaccia di basso livello: si manipolano direttamente le strutture dati interne di Ariadne

Matrici e Vettori

Matrici e vettori sono costruiti a partire da liste contenenti i valori:

```
m = Matrix( [ [1, 2], [3, 4] ] )
v = Vector( [12, a + 2, 5*b, 3.14] )
```

Nell'esempio `a` e `b` possono essere costanti o variabili Python.

Dinamiche: Campi Vettoriali Affini

Le dinamiche lineari sono modellate in Ariadne mediante campi vettoriali affini che rappresentano equazioni del tipo:

$$\dot{x} = Ax + b$$

Sono definiti a partire da una matrice A e da un vettore b:

```
dyn = AffineVectorField( Matrix, Vector )
```

Esempio: la dinamica della palla che rimbalza

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v \\ \dot{v} &= -g \end{aligned}$$

```
dyn = AffineVectorField( Matrix([[0, 1], [0, 0]]),
                         Vector([0, -g]) )
```

Reset: Mappe Affini

I reset sono rappresentati mediante trasformazioni lineari:

$$f(x) = Ax + b$$

definiti a partire da una matrice A e da un vettore b:

```
res = AffineMap( Matrix, Vector )
```

Esempio: il reset della palla che rimbalza

$$\begin{aligned} x' &= x \\ v' &= -0.5v \end{aligned}$$

```
res = AffineMap( Matrix([[1, 0], [0, -0.5]]),
                 Vector([0, 0]) )
```

Regioni di spazio: Rettangoli

Sono regioni rettangolari a n dimensioni, definite a partire da una lista di intervalli:

```
rect = Rectangle([ [b0,e0], [b1,e1] ...  [bn,en] ])
```

Esempio: un parallelepipedo

$$p = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq 1 \wedge -1 \leq y \leq 1 \wedge 0 \leq z \leq \sqrt{2}\}$$

```
import math # funzioni matematiche di Python

rect = Rectangle([ [0, 1], [-1, 1],
                   [0, math.sqrt(2)] ])
```

Regioni di spazio: Poliedri

Sono regioni definite a partire da una lista di disequazioni:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n &\leq b_1 \\ &\vdots \quad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n &\leq b_m \end{aligned}$$

rappresentate da una matrice e da un vettore:

```
pol = PolyhedralSet( Matrix, Vector )
```

Esempio: l'invariante della palla che rimbalza: $x \geq 0$

```
inv = PolyhedralSet( Matrix([ [-1, 0] ]),
                     Vector([0]) )
```

Griglie e Griglie finite

- Le griglie sono suddivisioni dello spazio $\mathbb{R}^n$ delle variabili in celle di dimensione fissata:

```
g = Grid( Vector( [0.1, 0.1] )
```

(divisione del piano in celle di lato 0.1)

- Le griglie finite sono griglie ristrette ad una regione limitata di spazio:

```
fg = FiniteGrid(g, Rectangle([[0,10],[0,10]])
```

(divisione del rettangolo $[0, 10], [0, 10]$ in celle di lato 0.1)

HybridGridMaskSet

Rappresentano regioni ibride di spazio:

- possiedono un certo numero di locazioni discrete
- ad ogni locazione è associata una griglia finita
- le regioni sono rappresentate marcando le celle delle griglie.

Sono utlizzate per rappresentare le regioni iniziali, i limiti della regione di calcolo e i risultati delle procedure di calcolo della raggiungibilità.

Hybrid Evolver: definizione

`HybridEvolver` è la classe responsabile dell'analisi e della simulazione di automi ibridi.

```
hyb = HybridEvolver( Applicator, Integrator )
```

- `Applicator` calcola l'evoluzione discreta del sistema;
- `Integrator` calcola l'evoluzione continua del sistema;
- a seconda del sistema studiato, si possono usare diversi tipi di Applicator e Integrator.

Hybrid Evolver: funzionalità

`HybridEvolver` mette a disposizione tre metodi principali:

- `continuous_chainreach(automa, init_set, bounding_set)`
  calcola l'evoluzione continua di `automa` a partire da `init_set` e rimanendo all'interno di `bounding_set`;
- `discrete_step(automa, init_set)`
  calcola un passo di evoluzione discreta di `automa` a partire da `init_set`;
- `chainreach(automa, init_set, bounding_set)`
  alterna il calcolo dell'evoluzione continua e discreta di `automa` a partire da `init_set` e rimanendo all'interno di `bounding_set`, finché la regione raggiunta non si stabilizza.

`init_set`, `bounding_set` ed il risultato dei metodi sono di tipo `HybridGridMaskSet`.

Riassumendo...

- La definizione degli automi utilizza poliedri e rettangoli per rappresentare:
  - invarianti,
  - guardie
- Le routine di calcolo usano HybridGridMaskSet per rappresentare:
  - regione iniziale;
  - regione di calcolo;
  - risultato del calcolo;
  - risultati intermedi.

Modellare la palla che rimbalza in Ariadne (bouncing.py)

```
#!/bin/python
from ariadne import *

# Constanti
g = 9.8

# Definizione dell'automa
automaton=HybridAutomaton("Bouncing ball")

# locazione fly:
dyn=AffineVectorField(Matrix([[0,1],[0,0]]),Vector([0,-g]))
inv=PolyhedralSet(Matrix([[-1,0]]), Vector([0]))
l1=automaton.new_mode(0, dyn, inv)

# Transizione fly -> fly
act=PolyhedralSet(Matrix([[1,0]]), Vector([0]))
res=AffineMap(Matrix([[1,0],[0,-0.5]]), Vector([0,0]))
e12=automaton.new_transition(0,l1.id(),l1.id(),res,act)
```

Modellare la palla che rimbalza in Ariadne (2)

```
# Definizione della griglia
grid=Grid(Vector([0.01,0.01]))
bounding_box=Rectangle([[-0.1,2.5],[-10,10]])
fgrid=FiniteGrid(grid,bounding_box)

# Insieme iniziale
init=Rectangle([[1.999,2],[0,0.0001]])
init_set=HybridGridMaskSet()
init_set.new_location(l1.id(),fgrid)
init_set[l1.id()].adjoin_over_approximation(init)

# Bounding set
b_set=HybridGridMaskSet()
b_set.new_location(l1.id(),fgrid)
b_set[l1.id()].adjoin_over_approximation(bounding_box)
```

Modellare la palla che rimbalza in Ariadne (3)

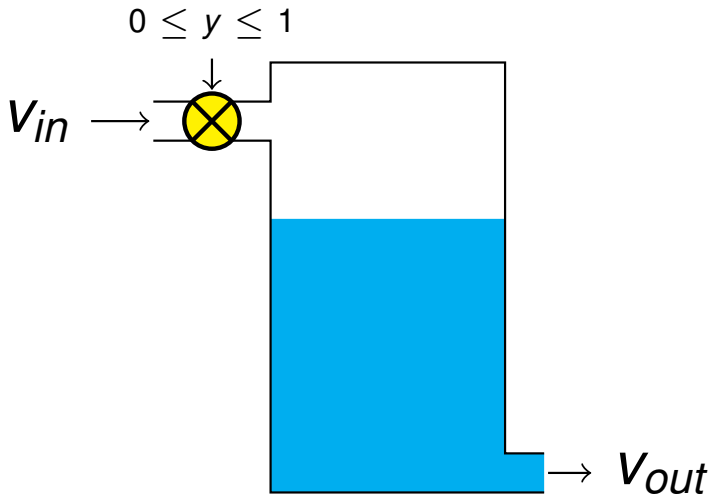
```
# Definizione dell'Hybrid Evolver
apply=Applicator()
integrator=AffineIntegrator(0.01,2,0.25);
hybrid_ev=HybridEvolver(apply,integrator);
set_hybrid_evolver_verbosity(4)

print "Computing chainreachable set..."
reach_set=hybrid_ev.chainreach(automaton,init_set,b_set)
print "Done."

# Txt output
txt=TextFile()
txt.open("bouncing-ball.txt")
txt.write(reach_set[l1.id()])
txt.close()
```

Outline

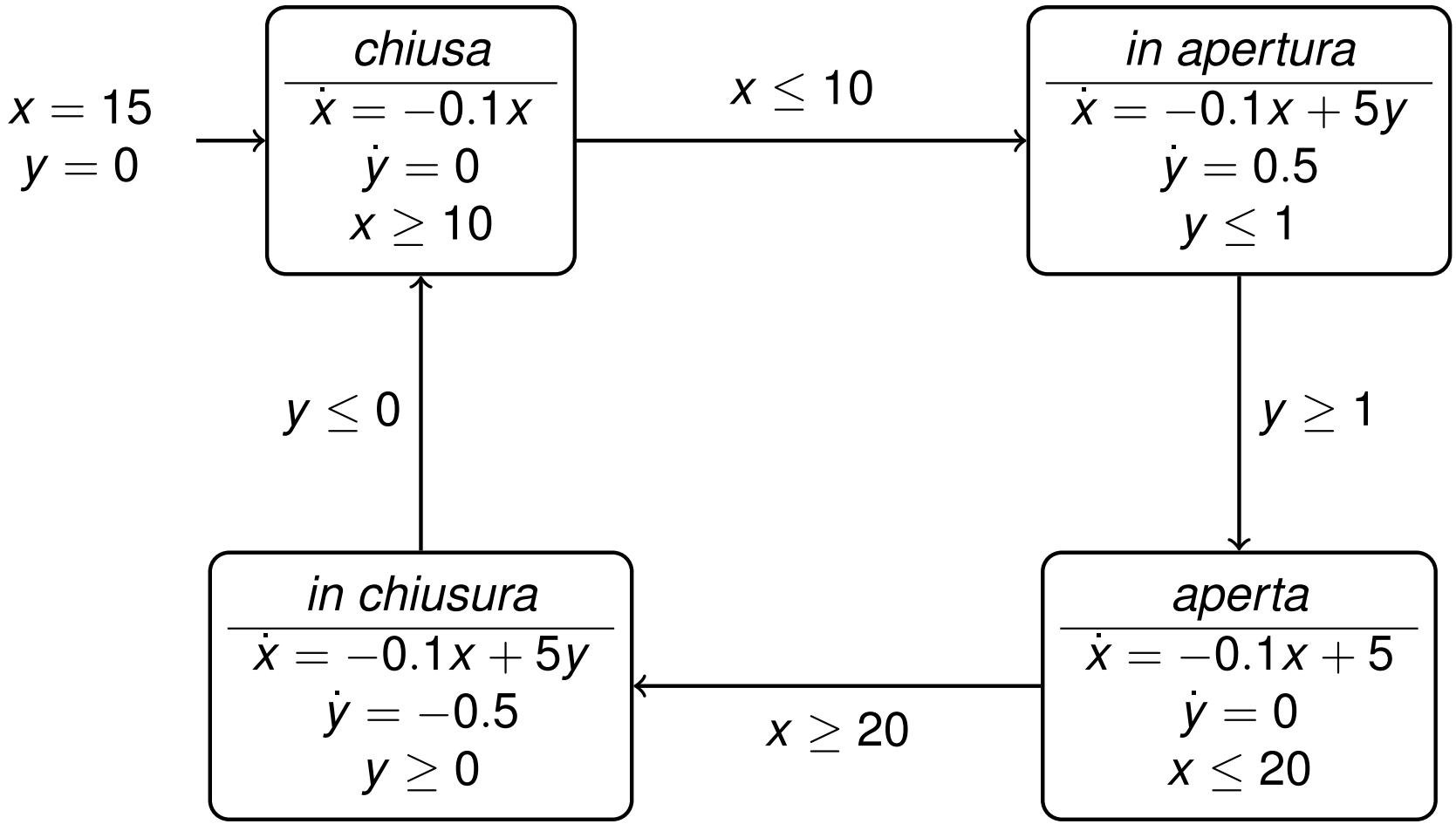
La cisterna: complichiamo le dinamiche



- y è il grado di apertura della valvola e varia tra 0 e 1
- l'acqua esce dalla cisterna con $v_{out} = -0.1x$;
- l'acqua entra nella cisterna con $v_{in} = 5y$;
- quando riceve un segnale, la valvola impiega $2s$ per aprirsi/chiudersi;
- il livello iniziale dell'acqua è 15;

Simulare il sistema con $x_{min} = 10$ e $x_{max} = 20$

L'automa del sistema cisterna/controllore



- Implementare il sistema cisterna / controllore in PhaVer e Ariadne;
- Calcolare la regione raggiunta e verificare se il livello dell'acqua rimane tra 5 e 25.

http://profs.sci.univr.it/~bresolin/lab04.pdf