

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

Compito di Elaborazione di Immagini e Suoni, 22 gennaio 2009

* 32 punti totali *

Esercizio 1 (12 punti). È data la seguente Funzione di Trasferimento, in cui α è un parametro liberamente scelto:

$$H(z) = \frac{1}{2} \frac{1 + z^{-1} + \alpha z^{-2}}{1 + \alpha z^{-1}}$$

1. Di che ordine è il filtro? Si disegni lo schema di una struttura a scelta che realizza $H(z)$

L'ordine è dato dal massimo dei gradi tra polinomio a numeratore e denominatore: 2.

La struttura che realizza $H(z)$ si evince dai contenuti della Sez. 2.2.4 del libro di testo.

2. Dopo avere riarrangiato opportunamente la Funzione di Trasferimento, si dia lo schema di una realizzazione che fa uso di una somma (parallelo) di strutture del primo ordine

Ad esempio:

$$H(z) = \frac{1}{2} \frac{1 + z^{-1} + \alpha z^{-2}}{1 + \alpha z^{-1}} = \frac{1}{2} \frac{1 + z^{-1}(1 + \alpha z^{-1})}{1 + \alpha z^{-1}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1 + \alpha z^{-1}} + z^{-1} \right) = \frac{1}{2} (H_1(z) + H_2(z))$$

di qui, immediatamente il parallelo di due filtri che realizza $H(z)$.

3. Si discuta la stabilità del filtro al variare di α

Il polo del denominatore è contenuto dentro al cerchio di raggio unitario per $|\alpha| < 1$.

4. Si dia la risposta in frequenza del filtro (modulo e fase) per $\alpha = 0$

Il filtro in questo caso si particolarizza nel FIR studiato nel testo (Sez. 2.1.1).

Esercizio 2 (10 punti). È data la seguente Funzione di Trasferimento

$$H_{\lambda}(z) = \frac{\lambda + z^{-1}}{1 + \lambda z^{-1}}$$

1. Dimostrare che il filtro corrispondente è passatutto (allpass)

Si ripeta la dimostrazione presente nel libro (Sez. 2.2.3, formula 49)

2. Supposto $\lambda_1 \neq \lambda_2$, la Funzione di Trasferimento $H(z) = H_{\lambda_1}(z) \cdot H_{\lambda_2}(z)$ è ancora passatutto? Si motivi la risposta.

$$|H_{\lambda}(z)| = |H_{\lambda_1}(z) \cdot H_{\lambda_2}(z)| = |H_{\lambda_1}(z)| \cdot |H_{\lambda_2}(z)| = 1 \cdot 1 = 1$$

3. Supposto $\lambda_1 \neq \lambda_2$, la Funzione di Trasferimento $H(z) = H_{\lambda_1}(z) + H_{\lambda_2}(z)$ è ancora passatutto? Si motivi la risposta.

Poiche' i due filtri passatutto introducono variazioni di fase su ciascuna componente in generale diverse, la somma di componenti sinusoidali sfasate non da' luogo a una componente di ampiezza uguale a quella posseduta dal segnale in ingresso.

Esercizio 3 (10 punti). Tenendo presenti anche i risultati ottenuti all'esercizio precedente, si illustrino sinteticamente gli effetti percettivi dell'applicazione di un filtro passatutto a un suono.

Data per assunta l'insensibilita' dell'orecchio umano alle fasi relative delle componenti sinusoidali di un suono, l'applicazione di un filtro passatutto a un segnale NON da' luogo a effetti percepibili eccezion fatta nel caso in cui filtri passatutto di ordine elevato vengano applicati a transitori, il cui sfasamento relativo si traduce in un cambiamento percepibile della dinamica temporale del transitorio stesso.