

Foglio di esercizi su applicazioni lineari e matrici, cambiamenti di base

Sansonetto Nicola*

Esercizio 1 (Punti 8). Determinare in due modi diversi il determinante della matrice

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Esercizio 2 (Punti 8). Si consideri la matrice

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

1. Determinare il polinomio caratteristico di G .
2. Determinare gli autovalori di G .
3. Determinare la molteplicità algebrica e geometrica di ogni autovalore di G .
4. Determinare gli autovettori di G .

Esercizio 3 (Punti 8). Sia $A \in M_{n \times n}(\mathbb{K})$. Dimostrare che A e A^T hanno gli stessi autovalori, ma non necessariamente gli stessi autovettori.

Esercizio 4 (Punti 6). ☹ Dimostrare che il determinante di una matrice a blocchi del tipo

$$\begin{bmatrix} B & * \\ 0 & C \end{bmatrix}$$

è $\det B \cdot \det C$.

N.B.

Il simbolo ☹ denota esercizi giudicati **difficile**.

*e-mail: nicola.sansonetto@gmail.com