Università degli Studi di Verona

DIPARTIMENTO DI INFORMATICA

Appello di Analisi Matematica II (Mod. base) - a.a. 07/08, M. Squassina

[Corsi di Laurea in Mat. Applicata, Spec. Informatica, Info. Multimediale, Bioinfo]

Appello d'esame N.4, 24 Giugno 2008 - Sessione Estiva

Nome, Cognome, Matricola, CdL: *MatApp? crocia il box* ☐

Indicazioni: Per sostenere l'esame è necessario essere iscritti on-line. Scrivere *nome, cognome, matricola* e *corso di laurea* in stampatello. I compiti anonimi *non* saranno corretti. Libri, appunti e calcolatrici grafiche *non* sono consentiti. Punteggio massimo: *+35 punti.*

Problema 1 [≤ 8pt]. Determinare i punti di continuità della funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) = \begin{cases} x^2 + y^2 & \text{se } (x,y) \in A \times B, \\ -x^2 - y^2 & \text{se } (x,y) \in \mathbb{R} \setminus A \times \mathbb{R} \setminus B, \end{cases}$$

nei seguenti due casi:

1. $A = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ e $B = \mathbb{R} \setminus \{0\}$;
2. $A = \mathbb{Q}$ e $B = \mathbb{Q}$.

La funzione f è differenziabile nell'origine nel secondo caso?

Problema 2 [≤ 10pt]. Siano $a, b > 0$ due numeri reali, e siano A e B due asticelle di lunghezza $2a$ e $2b$, rispettivamente. Ogni asticella è libera di muoversi nel piano mantenendo i propri vertici ancorati, uno all'asse x, e l'altro all'asse y, in modo tale che l'asticella A sia sempre nel primo quadrante, e l'asticella B sia sempre nel terzo quadrante. Valutando tutte le possibili posizioni reciproche assumibili dalle asticelle A e B, si calcolino la minima e la massima distanza tra i loro punti medi.

Problema 3 [≤ 8pt]. Si calcoli $\lim_{n\to\infty} I_n$, dove si è posto, per ogni $n \geq 1$,

$$I_n = \iint_{C_n} f, \qquad f(x,y) = \frac{2xy}{\sqrt{x^2+y^2}} e^{x^2+y^2}, \qquad C_n = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 4 \leq x^2 + y^2 \leq 16,\ y \geq \frac{1}{n} - x\right\}.$$

Problema 4 [≤ 9pt]. Sia $\varepsilon > 0$ e si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} -\varepsilon^2 u'' + u = 1, \\ u(0) = 0, \\ u'(0) = \frac{1}{\varepsilon}. \end{cases}$$

Determinare la soluzione $u_\varepsilon : [0,\infty) \to \mathbb{R}$ del problema. Calcolare il limite *puntuale* della successione (u_ε) su $[0,\infty)$ per $\varepsilon \to 0$. Stabilire infine su quali intervalli $I \subset [0,\infty)$ la successione (u_ε) converge *uniformemente.*

Si ricorda che con almeno **15 studenti iscritti** *viene attivato il Corso di Recupero di* **ANALISI MATEMATICA II** *presso la sede di Canazei dal* **17** *al* **30** *agosto 2008.* **Le iscrizioni sono aperte e si chiuderanno il 4 luglio 2008**.

TEMPO: 2h:30m. Verona, 24 Giugno 2008