Prof. Lidia Angeleri
Università di Verona, 2013/14
Corso di Laurea in Matematica Applicata

Prova intermedia per il Corso di ALGEBRA LINEARE

28 novembre 2013

Nota: Per ogni risposta è indispensabile fornire calcoli e/o spiegazioni !
Per superare la prova intermedia sono necessari almeno *9 punti*.

1. Nello spazio affine $\mathbb{A}^3$ si considerino il piano $\mathcal{P}_1$ dato dall'equazione cartesiana

$$x - y + z = 6,$$

la retta

$$\mathcal{R} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix} + < \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} >$$

e il piano $\mathcal{P}_2$ dato dai punti

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

   (a) Si calcoli l'intersezione $\mathcal{P}_1 \cap \mathcal{R}$ e si dia un' interpretazione geometrica. (*2 punti*)
   (b) Si determini l'equazione parametrica di $\mathcal{P}_2$. (*2 punti*)
   (c) Si mostri che $\mathcal{P}_2$ è un piano passante per l'origine e che $\mathcal{R}$ giace in $\mathcal{P}_2$. (*2 punti*)
   (d) Si calcoli l'intersezione $\mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_2$. (*2 punti*)

2. Vero o falso?

   (a) Se $m \in \mathbb{N}$ e $A \in M_{m\times(m-1)}$ è una matrice di rango $m-1$, allora per qualsiasi vettore $b \in \mathbb{C}^m$ il sistema lineare $Ax = b$ possiede al più una soluzione. (*2 punti*)
   (b) Se $A \in M_{n\times n}$ è una matrice con $A \cdot A = A$, allora $A = I_n$. (*2 punti*)

3. Sia

$$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}, \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto x + y + z.$$

Si determinino una base e un complemento dello spazio nullo $N(f)$. (*3 punti*)

Nome: .... Matricola: .... Punteggio totale:

Prof. Lidia Angeleri
Università di Verona, 2013/14
Corso di Laurea in Matematica Applicata

Prova intermedia per il Corso di Algebra Lineare

28 novembre 2013

Nota: Per ogni risposta è indispensabile fornire calcoli e/o spiegazioni !
Per superare la prova intermedia sono necessari almeno *9 punti*.

1. Si determinino una base e un complemento dello spazio nullo $N(f)$ dell'applicazione lineare
$$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}, \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto x - y + z.$$
(*3 punti*)

2. Vero o falso?
   (a) Se $B \in M_{n\times n}$ è una matrice con $B \cdot B = B$, allora $B = I_n$. (*2 punti*)
   (b) Se $m \in \mathbb{N}$ e $A \in M_{m\times(m-1)}$ è una matrice di rango $m-1$, allora per qualsiasi vettore $b \in \mathbb{C}^m$ il sistema lineare $Ax = b$ possiede al più una soluzione. (*2 punti*)

3. Nello spazio affine $\mathbb{A}^3$ si considerino la retta
$$\mathcal{R} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix} + < \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix} >,$$
il piano $\mathcal{P}_1$ dato dall'equazione cartesiana
$$x + y - z = 2$$
e il piano $\mathcal{P}_2$ dato dai punti
$$\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$
   (a) Si determini l'equazione parametrica di $\mathcal{P}_2$. (*2 punti*)
   (b) Si mostri che $\mathcal{P}_2$ è un piano passante per l'origine e che $\mathcal{R}$ giace in $\mathcal{P}_2$. (*2 punti*)
   (c) Si calcoli l'intersezione $\mathcal{P}_1 \cap \mathcal{R}$ e si dia un' interpretazione geometrica. (*2 punti*)
   (d) Si calcoli l'intersezione $\mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_2$. (*2 punti*)

Nome: .... **Matricola:** .... **Punteggio totale:**