

Dinamica dei sistemi di punti materiali: urti tra particelle libere e/o vincolate.

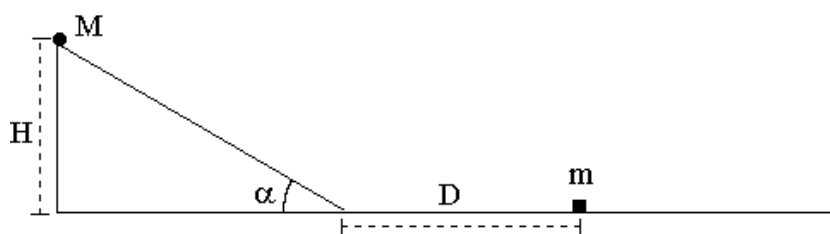
Problema n. 1: Un blocco di acciaio, assimilabile ad un corpo puntiforme, di massa $M = 100 \text{ kg}$ è appoggiato su un piano inclinato di $\alpha = 30^\circ$ rispetto all'orizzontale. I coefficienti di attrito statico e dinamico fra il blocco e il piano sono $\mu_s = 0.4$ e $\mu_d = 0.2$, rispettivamente. Il corpo, inizialmente mantenuto in quiete ad un'altezza $H = 3.2 \text{ m}$ rispetto al piano orizzontale, viene lasciato libero di muoversi lungo il piano inclinato scabro con velocità iniziale nulla. Calcolare:

- il lavoro delle singole forze agenti sul blocco dopo che esso si è spostato lungo il piano inclinato, fino a raggiungere la sua base;
- il modulo della velocità del blocco quando raggiunge la base del piano inclinato
- il tempo impiegato a raggiungere tale posizione.

Supponendo che il blocco prosegua il suo moto lungo il piano orizzontale scabro (con coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = 0.2$), e che dopo aver percorso una distanza $D = 3.55 \text{ m}$ su di esso urti centralmente un carrello, pure assimilabile a un corpo puntiforme, di massa $m = 40 \text{ kg}$ che sta viaggiando con velocità $v = 2.5 \text{ ms}^{-1}$ nella stessa direzione del blocco ma in verso opposto. Supponendo che i due corpi dopo l'urto rimangano attaccati l'uno all'altro, determinare:

- l'energia cinetica interna del sistema nell'istante immediatamente precedente l'urto;
- il vettore velocità del centro di massa \mathbf{V}_{CM} del sistema dopo immediatamente dopo l'urto;
- il lavoro delle forze interne al sistema durante urto;
- lo spostamento due corpi, rispetto al punto di collisione, percorso sul piano orizzontale prima di fermarsi.

N.B.: Si assuma che il raccordo tra piano inclinato e piano orizzontale avvenga tramite un profilo curvo privo di spigoli.



Problema n. 2: Una sferetta di massa $m = 100 \text{ g}$ e dimensioni trascurabili, posta in quiete su un piano orizzontale privo di attrito, è appoggiata all'eternità libera di una molla, avente l'altra estremità fissata ad una parete verticale fissa, di costante elastica $k = 120 \text{ N/m}$, inizialmente compressa di 2 cm rispetto alla sua lunghezza di riposo. Una seconda sferetta, identica alla prima, si trova alla stessa altezza della prima, appesa ad un filo inestensibile, di lunghezza 1.5 m e di massa trascurabile, che pende verticalmente da un piolo fisso. All'istante $t=0$ la molla viene lasciata espandere e la prima sferetta, a causa dell'impulso subito ad opera della molla durante la sua espansione, si muove lungo il piano orizzontale, perfettamente liscio, e dopo aver abbandonato la molla urta centralmente la seconda sferetta, restandovi attaccata (urto anelastico). Calcolare:

- la velocità con cui la prima sferetta urta la seconda;
- l'energia dissipata nell'urto l'urto;
- la legge oraria del moto del sistema, tenendo opportunamente conto delle condizioni iniziali;
- la tensione del filo quando il pendolo passa dalla condizione di equilibrio

Problema n. 3: Un corpo puntiforme di massa $M = 1$ kg, è posto (si trova in quiete nella posizione di equilibrio) su un piano inclinato perfettamente liscio e formante un angolo $\alpha = 30^\circ$ con il piano orizzontale, essendo appoggiato all'estremità libera di una molla ideale (priva di massa) di costante elastica $k = 49$ N/m e di lunghezza a riposo $l_0 = 0.8$ m, che ha l'altra estremità fissata alla base del piano inclinato, come indicato in figura. Un secondo corpo puntiforme di massa $m = 0.2$ kg, che si trova inizialmente in quiete sullo stesso piano inclinato ad un'altezza $H = 2.4$ m dal piano orizzontale, all'istante $t=0$ viene lasciato libero di muoversi lungo il piano inclinato, finché non urta il corpo di massa M rimanendovi attaccato. Calcolare:

- l'altezza iniziale del corpo di massa M dal piano orizzontale;
- l'energia totale meccanica iniziale del sistema costituito dai due corpi;
- la velocità del corpo puntiforme di massa m immediatamente prima e dopo l'urto;
- l'energia dissipata nell'urto.

Con riferimento al moto successivo del sistema costituito dai due corpi uniti, determinare:

- l'equazione del moto, indicando chiaramente le condizioni iniziali;
- la frequenza di oscillazione del sistema costituito dai due corpi;
- la posizione di equilibrio, misurata lungo il piano inclinato, del sistema costituito dai due corpi;
- la distanza massima rispetto al piano orizzontale dei due corpi durante il loro moto successivo all'urto lungo il piano inclinato.

Problema n. 4: Due sferette, assimilabili a due corpi puntiformi, di massa $m_1 = 0.4$ kg e $m_2 = 0.2$ kg sono appese ad un soffitto orizzontale tramite due asticelle rigide identiche, di massa trascurabile e di lunghezza $L = 1.2$ m, a loro volta vincolate a ruotare nel piano verticale xy attorno al punto di sospensione al soffitto tramite una cerniera liscia di dimensioni trascurabili. Inizialmente le due sferette si trovano a contatto in condizione di quiete nella loro posizione di equilibrio. Ad un certo istante la massa m_1 viene sollevata ad un'altezza $H = 0.6$ m rispetto alla quota iniziale e da lì lasciata cadere con velocità nulla. Assumendo che l'urto tra le due sferette sia perfettamente elastico, calcolare :

- le coordinate cartesiane del centro di massa del sistema quando la massa m_1 si trova alla quota H ;
- la velocità del centro di massa del sistema immediatamente prima dell'urto;
- le velocità delle due sferette immediatamente dopo l'urto;
- l'energia cinetica interna del sistema immediatamente dopo l'urto;
- il valore minimo di H per il quale la sferetta 2 dopo l'urto arriva al soffitto;
- l'altezza massima raggiunta dalla sferetta 1 dopo l'urto, nelle condizioni di cui al punto precedente;
- la reazione vincolare sviluppata dalla cerniera durante l'urto, nelle condizioni di cui al punto (e).

