Università degli Studi di Verona
Laurea in Matematica Applicata
Primo appello di Algebra Lineare ed Elementi di Geometria — 14 giugno 2016

matricola .... cognome .... nome ....

Scrivere subito matricola, nome e cognome e riconsegnare questo foglio al termine della prova.

Ex1	Ex2	Ex3	Ex4	Tot

Esercizio 1 (Punti 10)**.** Si consideri la matrice $A_\alpha \in M_{3\times 3}(\mathbb{R})$, dipendente dal parametro reale α:

$$A_\alpha = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & \alpha & 0 \end{pmatrix}$$

- **i.** Si determinino i valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ tali che A_α abbia esattamente tre autovalori reali e distinti.
- **ii.** Si determinino i valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ tali che A_α sia diagonalizzabile su $\mathbb{R}$.
- **iii.** Esiste un valore di α per cui la base sia ortogonalmente diagonalizzabile? (Giustificare la risposta).

Esercizio 2 (Punti 10)**.** Si consideri l'applicazione lineare $T : \mathbb{C}^3 \longrightarrow \mathbb{C}^3$ tale che $T(x, y, z) = [3x + 2y - z \quad 2z - y \quad x + z]^T$.

- **i.** Determinare la dimensione di $\ker(T)$ e $\mathrm{Im}(T)$.
- **ii.** Determinare una base di $\ker(T)$.
- **iii.** Per quali valori del parametro complesso α il vettore $[1 \quad \alpha \quad 1]^T$ appartiene all'immagine di T?

Esercizio 3 (Punti 10)**.** Si consideri spazio euclideo reale $\mathbb{E}^3$ in cui sia fissato un sistema di riferimento cartesiano si considerino le rette

$$r : \begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ \\ z = 1 \end{cases} \qquad s : \begin{cases} x + 2z + 1 = 0 \\ \\ y = 0 \end{cases}$$

- **i.** Si verifichi che r e s sono sghembe.
- **ii.** Si determinino i punti R e S di minima distanza.
- **iii.** Si determinino le rette passanti per il punto R e incidenti la retta s in un punto a distanza $\frac{\sqrt{5}}{3}$ da S.

Esercizio 4 (Punti 10)**.** Si consideri il piano euclideo reale, in cui sia fissato un riferimento cartesiano, ampliato proiettivamente e complessificato.

- **i.** Si determini la conica $\mathcal{I}$ tangente in $R :\ [1, 0, 10]$ alla retta $r :\ 3x + y = 0$, in $Q :\ [1, 3, 0]$ alla retta $q :\ 3x + 5y - 9 = 0$ e passante per : $[2, 0, 3]$.
- **ii.** Determinare il centro, la forma canonica metrica e l'equazione degli assi di $\mathcal{I}$.
- **iii.** Si abbozzi un grafico di $\mathcal{I}$.

Le risposte vanno adeguatamente giustificate