

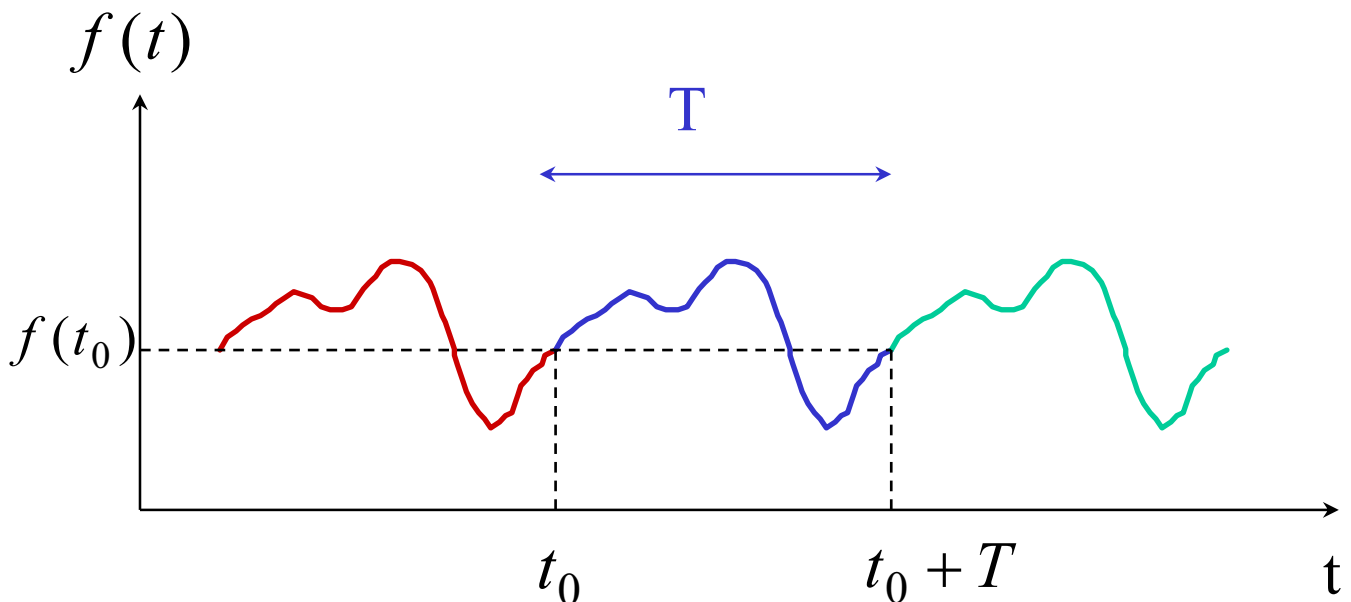
Moti periodici :

moti la cui legge oraria è una **funzione periodica** $f(t)$ del tempo:

⇒ esiste una costante T
tale che :

$$f(t + T) = f(t) \quad \forall t$$

“periodo”



Teorema di Fourier:

una qualsiasi funzione periodica è esprimibile come somma di una serie di termini sinusoidali:

$$f(t) = a_0 + \sum_{m=1}^{\infty} [a_m \sin(m\omega t) + b_m \cos(m\omega t)]$$

“sviluppo in serie di Fourier” di $f(t)$

dove: $\omega = \frac{2\pi}{T}$ “frequenza fondamentale” $a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$ “valor medio”

“coefficienti di Fourier”: $a_m = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin(m\omega t) dt$ $b_m = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(m\omega t) dt$

“Moto armonico semplice”:

moto con legge oraria:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$$

“ampiezza”
del moto

“pulsazione”

“fase”

Periodo T:

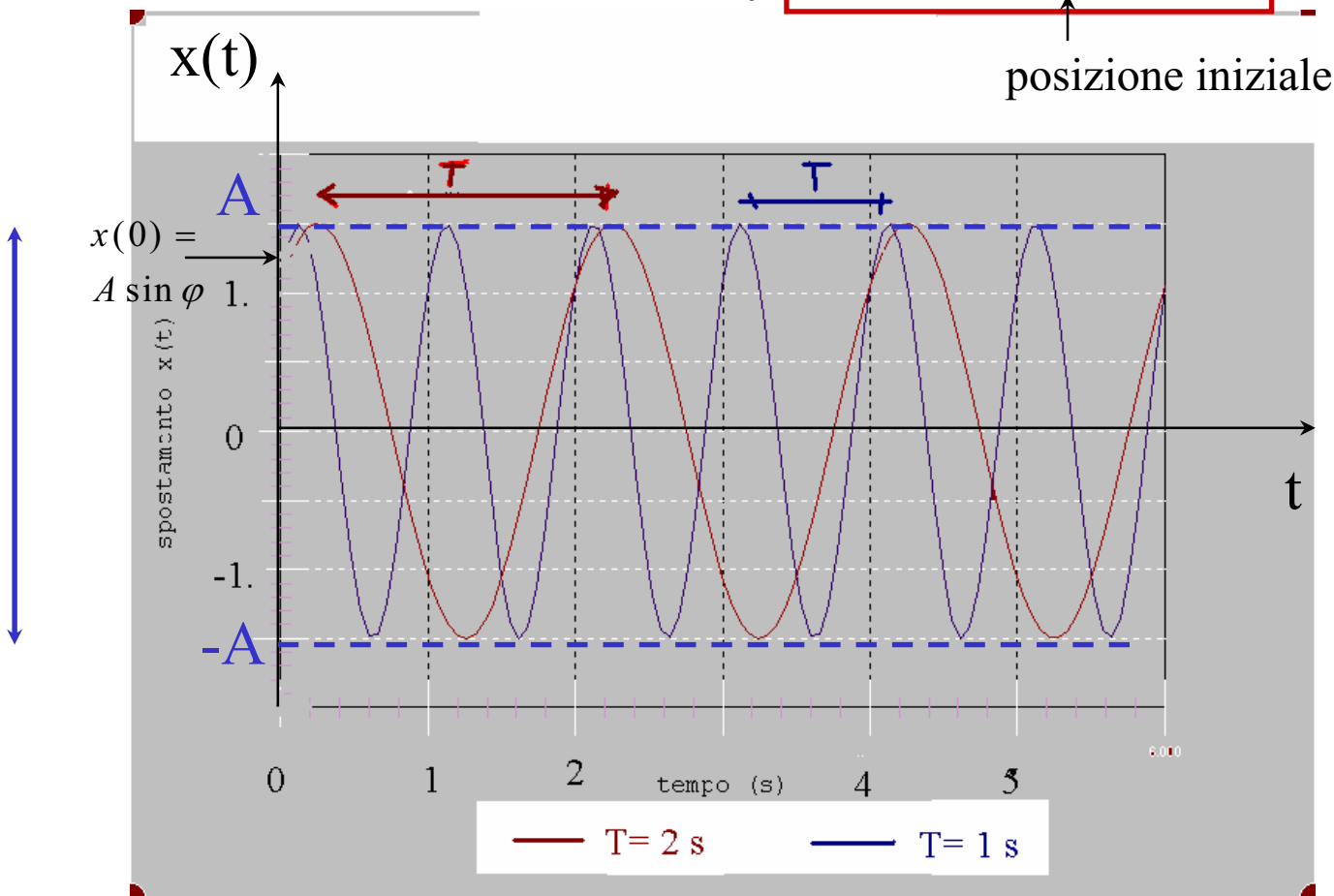
$$x(t+T) = A \sin[\omega(t+T) + \varphi] \equiv x(t) = A \sin[\omega t + \varphi] \quad \forall t$$

$$\Rightarrow \omega T = 2\pi \quad \Rightarrow \quad T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \text{“Frequenza”}: \nu \equiv \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

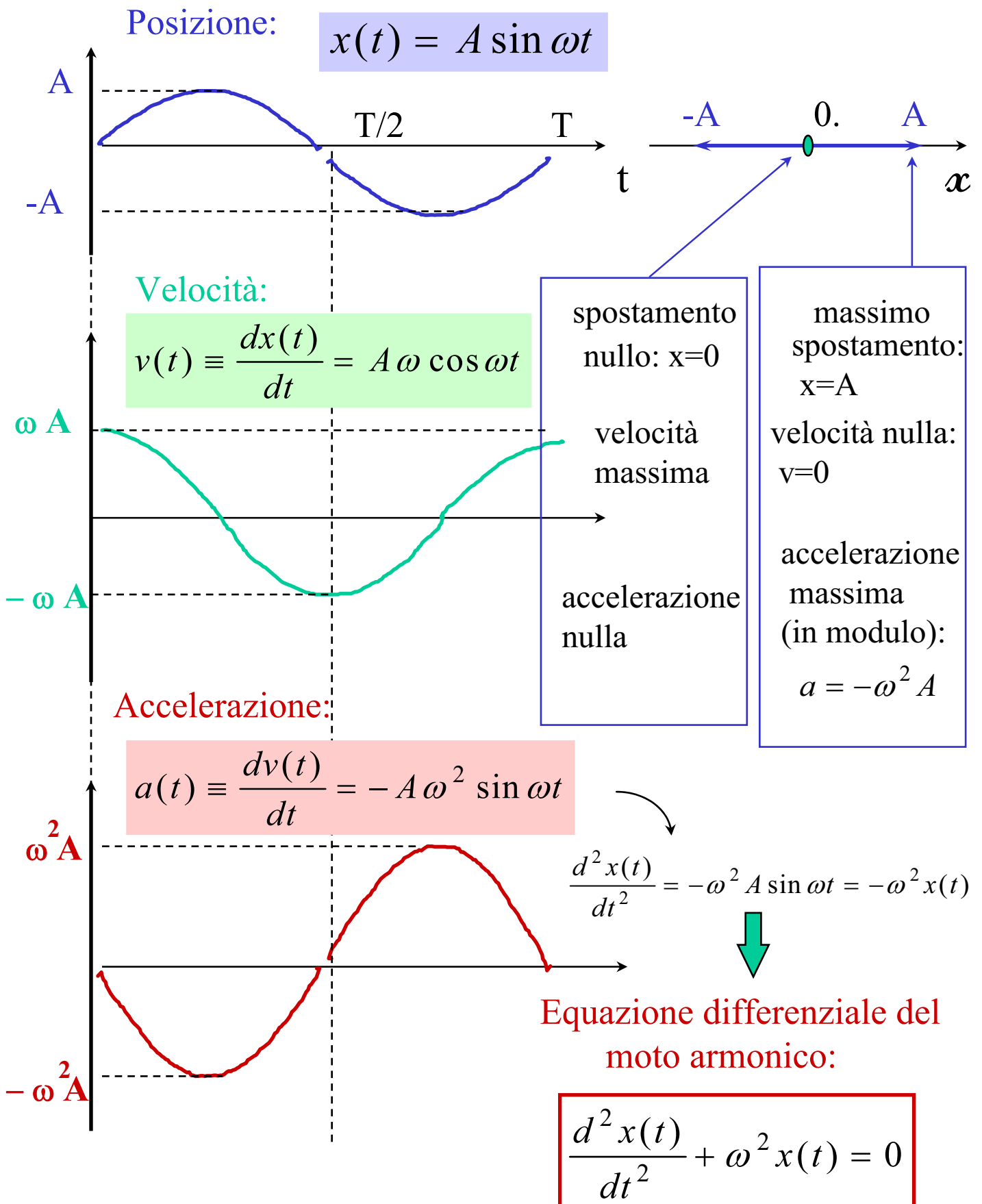
Fase:

$$x(t=0) = A \sin \varphi \quad \Rightarrow \quad \varphi = \arcsin(x(0)/A)$$

posizione iniziale



Velocità e accelerazione in un moto armonico



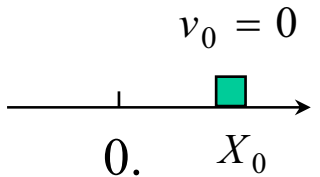
Condizioni iniziali e costanti di integrazione :

Nella legge oraria: $x(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$

le **costanti di integrazione** A e φ sono determinate dalle “**condizioni iniziali**” (posizione e velocità iniziali del moto).

Esempi:

i) **posizione iniziale :** $x(t = 0) \equiv X_0 \neq 0$
velocità iniziale nulla: $v(t = 0) = 0.$

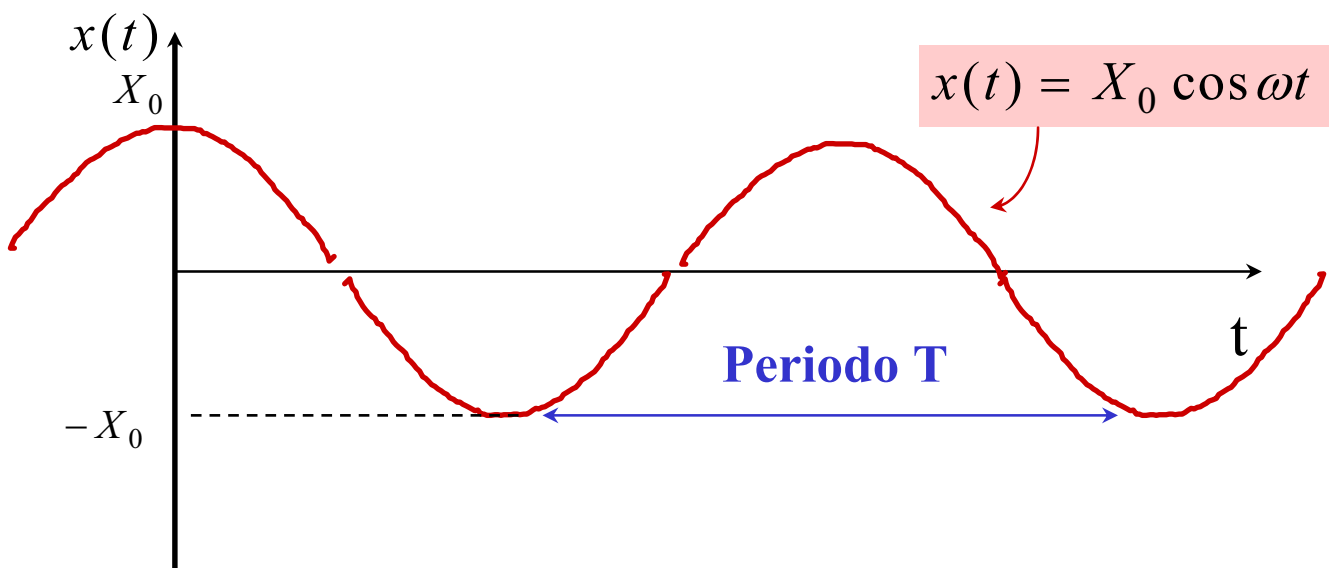


$$\Rightarrow \begin{cases} x(t = 0) = A \sin \varphi = X_0 \\ v(t = 0) = A \omega \cos \varphi = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = X_0 \\ \cos \varphi = 0. \rightarrow \varphi = \pi / 2 \end{cases}$$

\Rightarrow la **soluzione particolare** che corrisponde alle condizioni iniziali specificate è:

$$x(t) = X_0 \sin(\omega t + \pi / 2) = X_0 \cos \omega t$$

\Rightarrow l'ampiezza dell'oscillazione (“elongazione”) coincide con lo spostamento iniziale dall'origine

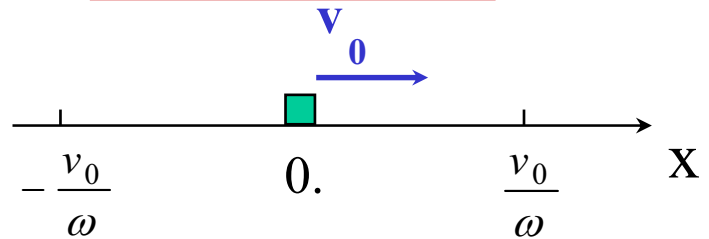


Condizioni iniziali: esempi

ii) posizione iniziale nulla:

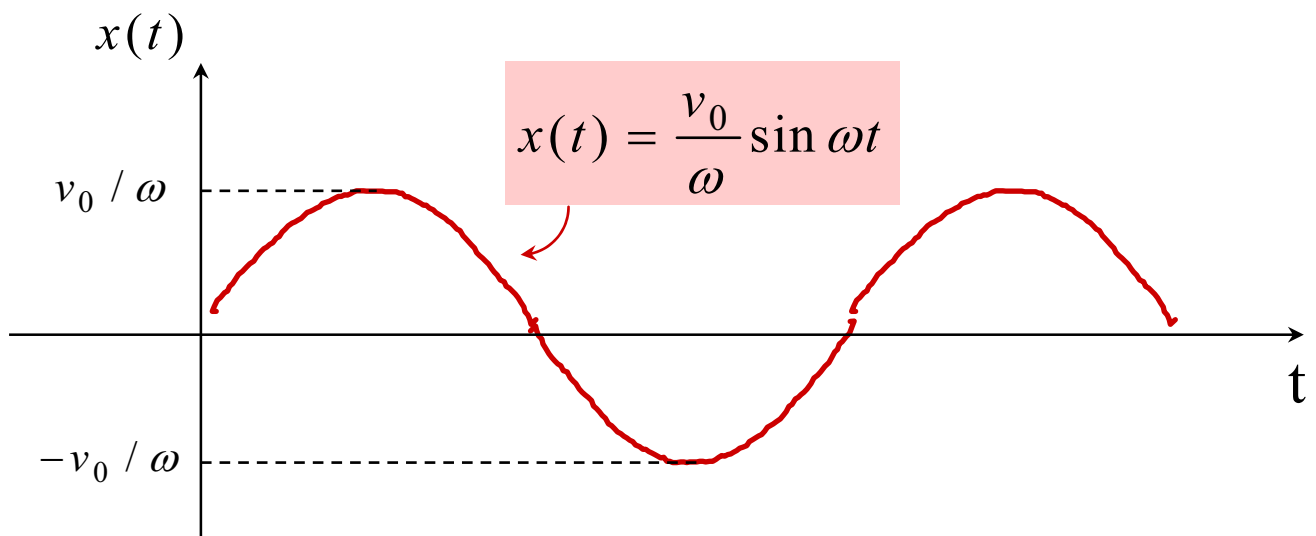
velocità iniziale :

$$\begin{aligned} x(t=0) &= 0. \\ v(t=0) &\equiv v_0 > 0. \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \Rightarrow x(t=0) &= A \sin \varphi = 0. & \Rightarrow \sin \varphi = 0. \rightarrow \cos \varphi = 1 \\ v(t=0) &= \omega A \cos \varphi \equiv v_0 & \Rightarrow \omega A = v_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \varphi &= 0. \\ \Rightarrow A &= v_0 / \omega & \Rightarrow x(t) = \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t \end{aligned}$$



\Rightarrow l'oscillazione avviene con ampiezza $A = v_0 / \omega$