

## FOGLIO 1

ALGEBRA LINEARE CON ELEMENTI DI GEOMETRIA

**Da consegnare Lunedì 16 novembre all'inizio della lezione.**

- Esercizio 1** (Punti 2+2+2+2). (1) Si completi la tavola della moltiplicazione in  $S_3$ .  
(2) Si dimostri che  $S_3$  ha tre sottogruppi distinti che sono isomorfi al gruppo  $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}, +)$ .  
(3) Quanti sono i sottogruppi di  $S_3$  che sono isomorfi a  $(\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}, +)$ ?  
(4) Si completi la tavola della moltiplicazione nel gruppo di Klein  $\mathcal{V}$ .

- Esercizio 2** (Punti 2+2). Si consideri il numero complesso  $z = \frac{1-3i}{1+i}$   
(1) Si scriva  $z$  in forma algebrica.  
(2) Si scriva  $z$  in forma trigonometrica.

- Esercizio 3** (Punti 6). Si disegnino nel piano cartesiano i punti  $z_1, z_2, z_3$  corrispondenti alle soluzioni dell'equazione  
$$z^3 + 8i = 0.$$
  
e calcolare l'area della figura di vertici  $z_1, z_2, z_3$ .

- Esercizio 4** (Punti 2).  $\ominus$  Si dimostri che le radici n-sime di 1 formano un sottogruppo  $H$  del gruppo moltiplicativo  $(\mathbb{C} \setminus \{0\}, \cdot)$  tale che  $H \cong \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ .

**N.B.**

Il simbolo  $\ominus$  denota esercizi giudicati **difficile**.

**Le risposte vanno adeguatamente giustificate**