

Sistemi - Modulo di Sistemi a Eventi Discreti

Laurea Magistrale in Ingegneria e Scienze Informatiche
Tiziano Villa

6 Luglio 2012

Nome e Cognome:

Matricola:

Posta elettronica:

problema	punti massimi	i tuoi punti
problema 1	15	
problema 2	15	
totale	30	

1. Una rete di Petri marcata e' specificata da una quintupla: $\{P, T, A, w, x\}$, dove P sono i posti, T le transizioni, A gli archi, w la funzione di peso sugli archi, e x il vettore di marcamento (numero di gettoni per posto). $I(t_i)$ indica l'insieme dei posti in ingresso alla transizione t_i , $O(t_j)$ indica l'insieme dei posti in uscita dalla transizione t_j .

Si consideri la rete di Petri P_{gs} definita da:

- $P = \{p_1\}$
- $T = \{t_1, t_2\}$
- $A = \{(p_1, t_2), (t_1, p_1)\}$
- $\forall i, j \ w(p_i, t_j) = 1$
- $\forall i, j \ w(t_i, p_j) = 1$

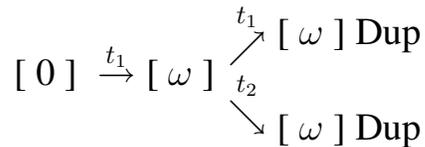
Sia $x_0 = [0]$ la marcatura iniziale.

- (a) Si disegni il grafo della rete di Petri P_{gs} .

Si costruiscano il grafo di copertura e l'albero di copertura della rete di Petri P_{gs} .

Traccia di soluzione.

Albero di copertura



Il grafo di copertura ha solo due nodi, poiche' le due transizioni uscenti dal primo nodo $[\omega]$ sono auto-anelli del medesimo nodo.

La differenza tra l'albero di copertura e il grafo di copertura e' che nel primo si riportano esplicitamente i nodi duplicati (contrassegnati con *Dup*, da cui poi si arresta la ricerca) e nel secondo al loro posto si hanno lati diretti al nodo gia' esistente.

(b) Si definiscano la limitatezza di un posto in una rete di Petri e la limitatezza di una rete di Petri.

Esiste una condizione necessaria e sufficiente per verificare la limitatezza di un posto ?

La rete di Petri P_{gs} e' limitata ? Si argomenta la risposta.

Traccia di soluzione.

Definizioni: Un posto p e' limitato con limite k se e solo nel grafo (o albero) di raggiungibilita' k e' il massimo valore nel posto p per tutti i nodi, altrimenti p e' illimitato. Una rete di Petri e' limitata se e solo se tutti i suoi posti sono limitati.

Proprieta': Il grafo di copertura contiene l'informazione per una condizione necessaria e sufficiente per la limitatezza, infatti un posto p e' illimitato se e solo se nel grafo (o albero) di copertura compare un nodo con valore di ω nel posto p .

Caso specifico: Nel nostro esempio, il posto p_1 e' illimitato. La rete di Petri P_{gs} e' illimitata.

(c) Una rete marcata si dice reversibile se per ogni marcatura raggiungibile si puo' ritornare alla marcatura iniziale.

La rete di Petri P_{gs} e' reversibile ? Si argomenti la risposta.

Traccia di soluzione.

La rete di Petri P_{gs} e' reversibile perche' da una qualunque marcatura raggiungibile $x_k = [k]$ si puo' riportare la rete alla marcatura iniziale $x_0 = [0]$ facendo scattare k volte la transizione t_2 .

(d) Si definisca la sottoclasse di reti di Petri denominate grafi marcati.

Si mostri un esempio di grafo marcato.

Traccia di soluzione.

Un grafo marcato è una rete di Petri ordinaria (ogni arco ha molteplicità unitaria, cioè i pesi sugli archi sono tutti $w = 1$) in cui ogni posto ha esattamente un arco in ingresso e un arco in uscita.

La rete di Petri P_{gs} è un grafo marcato, perché l'unico posto ha un solo arco in ingresso e un solo arco in uscita.

2. Si consideri il seguente automa temporizzato:

- locazioni: l_1 , dove l_1 e' la locazione iniziale con condizioni iniziali $s(0) := 0$;
- dinamica della locazione l_1 : $\dot{s}(t) = 1$;
- transizione da l_1 a l_1 : $a/\text{ticchettio}, s(t) := 0$,
dove $a = \{(s(t)) \mid s(t) = T\}$,
(la sintassi delle annotazioni di una transizione e' *guardia/uscita, azione*);
- uscita $y(t) \in \{\text{ticchettio}, \text{assente}\}$.

(a) Si disegni il diagramma di transizione degli stati dell'automata, annotando con precisione locazioni e transizioni, e si descriva l'uscita $y(t)$.

Traccia di soluzione.

L'automata temporizzato produce l'evento *ticchettio* ogni T unita' di tempo.

- (b) Si descriva sia testualmente che graficamente l'automa temporizzato che produce l'evento *ticchettio* ai tempi $T, 3T, 4T, 6T, 7T, 9T, 10T, 12T, \dots$, cioè l'automa produce l'evento *ticchettio* a intervalli di T unità di tempo (una volta) e $2T$ unità di tempo (una volta) e così via.

Traccia di soluzione.

- locazioni: l_1, l_2 , dove l_1 è la locazione iniziale con condizioni iniziali $s(0) := 0$;
- dinamica della locazione l_1 : $\dot{s}(t) = 1$,
dinamica della locazione l_2 : $\dot{s}(t) = 1$;
- transizione da l_1 a l_2 : $a/\text{ticchettio}, s(t) := 0$,
transizione da l_2 a l_1 : $b/\text{ticchettio}, s(t) := 0$,
dove $a = \{s(t) \mid s(t) = T\}$,
dove $b = \{s(t) \mid s(t) = 2T\}$
(la sintassi delle annotazioni di una transizione è *guardia/uscita, azione*);
- uscita $y(t) \in \{\text{ticchettio}, \text{assente}\}$.

- (c) Si descriva sia testualmente che graficamente l'automa temporizzato che produce l'evento *ticchettio* ai tempi $T, 2T, 3T, 5T, 6T, 7T, 8T, 10T, 11T, \dots$, cioè l'automa produce l'evento *ticchettio* a intervalli di T unità di tempo (3 volte) e $2T$ unità di tempo (una volta) e così via.

Traccia di soluzione.

- locazioni: l_1, l_2, l_3, l_4 , dove l_1 è la locazione iniziale con condizioni iniziali $s(0) := 0$;
- dinamica della locazione l_1 : $\dot{s}(t) = 1$,
 dinamica della locazione l_2 : $\dot{s}(t) = 1$,
 dinamica della locazione l_3 : $\dot{s}(t) = 1$;
 dinamica della locazione l_4 : $\dot{s}(t) = 1$;
- transizione da l_1 a l_2 : $a/\text{ticchettio}, s(t) := 0$,
 transizione da l_2 a l_3 : $b/\text{ticchettio}, s(t) := 0$,
 transizione da l_3 a l_4 : $c/\text{ticchettio}, s(t) := 0$,
 transizione da l_4 a l_1 : $d/\text{ticchettio}, s(t) := 0$,
 dove $a = \{s(t) \mid s(t) = T\}$,
 dove $b = \{s(t) \mid s(t) = T\}$
 dove $c = \{s(t) \mid s(t) = T\}$
 dove $d = \{s(t) \mid s(t) = 2T\}$
 (la sintassi delle annotazioni di una transizione è *guardia/uscita, azione*);
- uscita $y(t) \in \{\text{ticchettio}, \text{assente}\}$.

Le soluzioni proposte per (b) e (c) sono state scelte per la loro leggibilità. Si possono proporre soluzioni con meno locazioni, ma con transizioni dalle guardie più complesse, o più dinamiche dipendenti dalle locazioni, o più orologi.