

**Esercizio 1** Sia  $P$  il seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{cases} \min (-2x_1 - x_2) \\ x_1 - x_2 \leq 1 \\ -2x_1 + x_2 \leq 2 \\ 4x_1 + x_2 \geq 2 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

i) rappresentare e risolvere il problema geometricamente

ii) scrivere il problema in forma standard

iii) determinare tutti i vertici della regione ammissibile, le corrispondenti soluzioni di base e le corrispondenti matrici di base

Vertici	Soluzioni di base	Matrici di base

iv) dopo aver introdotto il problema ausiliario

determinare una prima soluzione di base ammissibile di  $P$



La prima soluzione di base ammissibile è

v) risolvere il problema  $P$  con l'algoritmo del semplice

Passo 1


Passo 2


Passo 3


Passo 4


vi) scrivere il duale di  $P$

e dimostrare che la regione ammissibile del duale è vuota

vii) sia  $P'$  il problema ottenuto da  $P$  sostituendo la funzione obiettivo con  $c_1x_1 + c_2x_2$ .

Determinare tutti i valori di  $c_1$  e  $c_2$  per cui  $P'$  ha come soluzione ottima la soluzione di base  $x_B = (x_1, x_3, x_4), x_N = (x_2, x_5)$

e disegnare sul piano  $(c_1, c_2)$  il cono di stabilità della soluzione ottima  $x_B = (x_1, x_3, x_4), x_N = (x_2, x_5)$ .

**Esercizio 2** Dopo aver determinato la soluzione ottima del problema rilassato associato al seguente problema di programmazione lineare intera:

$$\begin{cases} \min (-x_1 - x_2) \\ -5x_1 + 7x_2 \leq 14 \\ 11x_1 + 2x_2 \leq 33 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \\ (x_1, x_2) \in \mathbb{Z}^2 \end{cases}$$

individuare il taglio di Gomory associato al primo vincolo.

La tabella ottima è


Il vincolo esaminato è

Il taglio di Gomory è

**Esercizio 2bis (solo per i 5 CFU)**

Effettuare un passo dell'algoritmo del simplesso duale applicato al problema ottenuto dal problema dato con l'aggiunta del taglio individuato.





**Esercizio 3** Dato il seguente problema di programmazione lineare intera:

$$\begin{cases} \min (-x_1 - x_2) \\ -5x_1 + 7x_2 \leq 14 \\ 11x_1 + 2x_2 \leq 33 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \\ (x_1, x_2) \in \mathbb{Z}^2 \end{cases}$$

determinare l'eventuale soluzione ottima utilizzando il metodo Branch and Bound (la risoluzione dei singoli problemi rilassati può essere effettuata in maniera grafica aiutandosi con il disegno).

La soluzione ottima è

ed il valore ottimo è