

Sistemi

Laurea Magistrale in Ingegneria e Scienze Informatiche

Anno Accademico 2009-2010

Docenti: Vincenzo Manca, Riccardo Muradore, Tiziano Villa

17 Giugno 2010

Metodi di Specifica
17 Giugno 2010

Nome e Cognome:

Corso di Laurea:

Matricola:

Posta elettronica:

problema	punti massimi	i tuoi punti
problema 1	4	
problema 2	6	
totale	10	

1. Una rete di Petri marcata e' specificata da una quintupla: $\{P, T, A, w, x\}$, dove P sono i posti, T le transizioni, A gli archi, w la funzione di peso sugli archi, e x il vettore di marcamento (numero di gettoni per posto). $I(t_i)$ indica l'insieme dei posti in ingresso alla transizione t_i , $O(t_j)$ indica l'insieme dei posti in uscita dalla transizione t_j .

Si consideri la rete di Petri P_{41} definita da:

- $P = \{p_1, p_2, p_3\}$
- $T = \{t_1, t_2, t_3\}$
- $A = \{(p_1, t_1), (p_1, t_3), (p_2, t_1), (p_2, t_2), (p_3, t_3), (t_1, p_2), (t_1, p_3), (t_2, p_3), (t_3, p_1), (t_3, p_2)\}$
- $\forall i, j \ w(p_i, t_j) = 1$, tranne che $w(p_1, t_1) = 2$.

(a) Si disegni il grafo della rete di Petri P_{41} .

- (b) Sia $x_0 = [1, 0, 1]$ la marcatura iniziale. Si disegni l'albero di copertura. Che cosa si deduce circa la transizione t_1 ?

Traccia di soluzione.

$$[1, 0, 1] \xrightarrow{t_3} [1, 1, 0] \xrightarrow{t_2} [1, 0, 1].$$

La transizione t_1 non e' mai abilitata.

- (c) Sia $x_0 = [2, 1, 1]$ la marcatura iniziale. Si disegni l'albero di copertura, e per mezzo di esso si classifichino i comportamenti possibili della rete.

Traccia di soluzione.

Albero di copertura.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{l}
 \nearrow^{t_1} [0, 1, 2] \xrightarrow{t_2} [0, 0, 3] \\
 \xrightarrow{t_2} [2, 0, 2] \xrightarrow{t_3} [2, 1, 1] \\
 \searrow^{t_3} [2, 2, 0] \nearrow^{t_2} [2, 1, 1] \\
 \xrightarrow{t_1} [0, 2, 1] \xrightarrow{t_2} [0, 1, 2] \xrightarrow{t_2} [0, 0, 3]
 \end{array} \\
 [2, 1, 1]
 \end{array}$$

Nello stato $[0, 0, 3]$ c'e' un blocco (nessuna transizione e' abilitata), mentre dallo stato $[2, 1, 1]$ si ripete.

2. Si consideri il seguente automa temporizzato con due orologi x_1 e x_2 (e un'uscita $y(t) \equiv (x_1, x_2)$):

- locazioni: l_1, l_2 , dove l_1 e' una locazione iniziale, con condizioni iniziali $x_1 := 0, x_2 := 0$.
- dinamica della locazione l_1 : $\dot{x}_1 = 1, \dot{x}_2 = 1$,
 invariante della locazione l_1 : $(x_1, x_2) \in \text{Reali} \times \text{Reali}$,
 dinamica della locazione l_2 : $\dot{x}_1 = 1, \dot{x}_2 = 1$,
 invariante della locazione l_2 : $(x_1, x_2) \in \text{Reali} \times \text{Reali}$;
- transizione e_1 da l_1 a l_2 : $A/y(t), x'_1 := 0, x'_2 := x_2$,
 transizione e_2 da l_2 a l_1 : $B/y(t), x'_1 := x_1, x'_2 := x_2$,
 dove $A = \{(x_1, x_2) \mid x_1 \leq 3 \wedge x_2 \leq 2\}$,
 dove $B = \{(x_1, x_2) \mid x_1 \leq 1\}$
 (la sintassi delle annotazioni di una transizione e' *guardia/uscita, azione*);
- ingresso assente perche' il sistema e' autonomo;
- uscita $y(t) \in \text{Reali} \times \text{Reali}$.

(a) Si disegni il diagramma di transizione dell'automa, annotando con precisione locazioni e transizioni.

(b) Si considerino gli stati (prodotto cartesiano di una locazione e una regione in R^2)

i. $P_1 = (l_1, \{1 < x_2 < x_1 < 2\})$,

ii. $P_2 = (l_1, \{0 < x_2 = x_1 < 1\})$,

iii. $P_3 = (l_2, \{0 < x_2 < 1, 1 < x_1 < 2, x_2 < x_1 - 1\})$,

iv. $P_4 = (l_2, \{1 < x_2 < 2, x_1 = 0\})$.

Si rappresentino tali stati graficamente (con un diagramma cartesiano per la locazione l_1 e uno per la locazione l_2).

- (c) Si calcolino gl'insiemi $Pre_\tau(P_1)$, $Pre_\tau(P_2)$, $Pre_\tau(P_3)$, $Pre_\tau(P_4)$, dove $Pre_\tau(P)$ e' l'operatore predecessore di P per effetto della transizione τ che indica lo scorrere del tempo (cioe' τ indica l'evoluzione dell'automa ibrido per integrazione della dinamica definita nella locazione associata a P):

$$Pre_\tau(P) = \{(q, x) \in Q \times \mathbb{R}^2 \mid \exists (q', x') \in P, t \geq 0 \text{ tale che } (q = q') \wedge (x' = x + t \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix})\}.$$

Si consideri solo la regione $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$.

Traccia di risposta.

Gl'insiemi predecessori si calcolano come segue:

$$\begin{aligned} Pre_\tau(P_2) &= P_2 \cup (\{l_1\} \times \{x_1 = x_2 = 0\}) \\ Pre_\tau(P_3) &= P_3 \cup (\{l_2\} \times \{(1 < x_1 < 2) \wedge (x_2 = 0)\}) \\ Pre_\tau(P_4) &= P_4 \\ Pre_\tau(P_1) &= P_1 \cup \\ &\quad \cup (\{l_1\} \times \{(1 < x_1 < 2) \wedge (x_2 = 1)\}) \\ &\quad \cup (\{l_1\} \times \{(1 < x_1 < 2) \wedge (0 < x_2 < 1) \wedge (x_1 - 1 < x_2)\}) \\ &\quad \cup (\{l_1\} \times \{(x_1 = 1) \wedge (0 < x_2 < 1)\}) \\ &\quad \cup (\{l_1\} \times \{(0 < x_1 < 1) \wedge (0 < x_2 < 1) \wedge (x_1 > x_2)\}) \\ &\quad \cup (\{l_1\} \times \{(0 < x_1 < 1) \wedge (x_2 = 0)\}) \end{aligned}$$

Tutti gl'insiemi Pre sono unioni di elementi del grafo delle regioni, un fatto usato nella dimostrazione che il grafo delle regioni definisce una bisimulazione.