DERIVATE E INTEGRALI

Derivate fondamentali

$D(a) = 0$

$D(x^\alpha) = \alpha x^{\alpha-1}$

$D(a^x) = a^x \ln a$

$D(\log_b x) = \frac{1}{x \ln b}$

$D(\sin x) = \cos x$

$D(\cos x) = -\sin x$

Regole di derivazione

$(\alpha f(x) + \beta g(x))' = \alpha f'(x) + \beta g'(x)$
(Derivata di una somma)

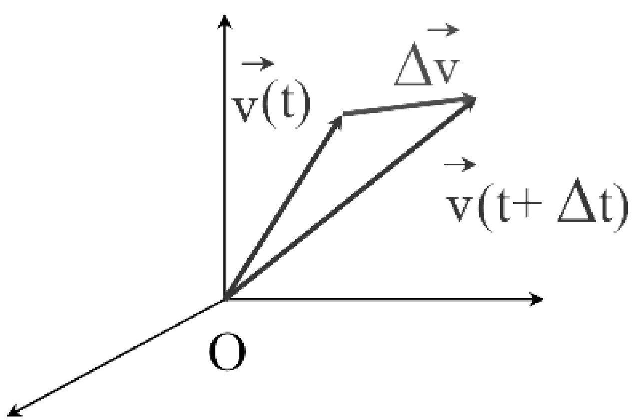
$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
(Derivata di un prodotto)

$(\frac{f(x)}{g(x)})' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g(x)^2}$
(Derivata di un rapporto)

$(f(g(x))' = f'(x) \cdot f(g'(x))$
(Derivata di funzione composta)

Derivata di un vettore

$\overrightarrow{v}' = \frac{d\overrightarrow{v}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{v}(t+\Delta t) - \overrightarrow{v}(t)}{\Delta t}$



Limiti notevoli

$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

$\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{x} = 1$

Regole di integrazione

$\int_a^b f(x)' \cdot g(x)\,\mathrm{d}x = [f(x) \cdot g(x)]_a^b - \int_a^b f(x) \cdot g(x)'\,\mathrm{d}x$
(Integrazione per parti)

$\int_a^b f(x), \mathrm{d}x = \int_{\phi^{-1}(a)}^{\phi^{-1}(b)} f(\phi(t)) \cdot \phi'(t)\,\mathrm{d}t$
(Integrazione per sostituzione)

Equazioni differenziali lineari del primo ordine nell'incognita $y(x)$

$y(x)' + a(x)y(x) = f(x)$ con $a(x), f(x)$ funzioni continue per $x \in I$

Soluzione

$y(x) = e^{\int a(x)dx}(\int f(x) e^{-\int a(x)dx} dx + c)$

Equazioni differenziali lineari del second'ordine a coefficienti costanti nell'incognita $y(x)$

$y(x)'' + ay'(x) + by(x) = 0$ con $a, b \in \mathbb{R}$

Soluzioni del polinomio caratteristico $\lambda^2 + a\lambda + b = 0$

Se $\lambda_1 \neq \lambda_2 \in \mathbb{R}$ allora la soluzione è
$y(x) = c_1 e^{\lambda_1 x} + c_2 e^{\lambda_2 x}$

Se $\lambda_1 \neq \lambda_2 \in \mathbb{R}$ allora la soluzione è
$y(x) = c_1 e^{\lambda_1 x} + c_2 e^{\lambda_2 x}$

Se $\lambda_{1,2} = a \pm ib \in \mathbb{C}$ allora la soluzione è
$y(x) = e^{\alpha x}(c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x)$

nel caso dell'**equazione completa** $y(x)'' + ay'(x) + by(x) = f(x)$ si somma alla soluzione dell'omogenea associata una soluzione particolare.