

d/dt

## Laboratorio di Sistemi in Tempo Reale

Corso di Laurea in Informatica Multimediale

8 Novembre 2007

1 Una breve introduzione a  $d/dt$

2 Un primo esempio

3 Esercizi

d/dt è un pacchetto per la simulazione e verifica di **automi ibridi**

- sviluppato nei laboratori Verimag, Francia
- permette di modellare sistemi ibridi con dinamica lineare
- interfaccia di tipo testuale

Programma e documentazione:

<http://www-verimag.imag.fr/~tdang/Tool-ddt/ddt.html>



## Automati ibridi con dinamica lineare

La dinamica continua è espressa con **equazioni differenziali lineari**:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}$$

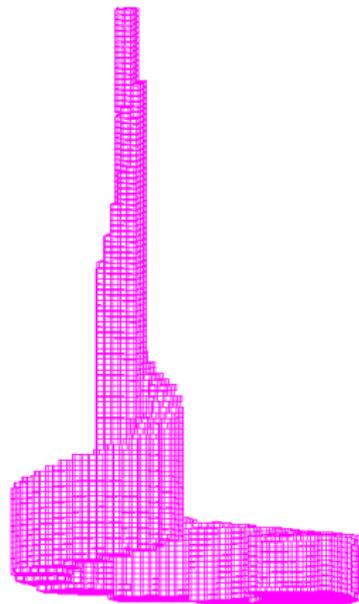
Il risultato può essere molto complesso!

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 1.0 & 4.0 & 0.0 \\ 4.0 & 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.5 \end{bmatrix} x$$

$$\dot{x}_1 = 1.0x_1 + 4.0x_2$$

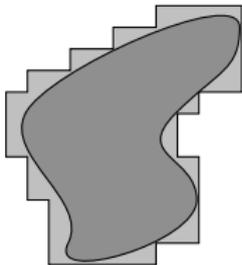
$$\dot{x}_2 = 4.0x_1 + 1.0x_2$$

$$\dot{x}_3 = 0.5x_3$$

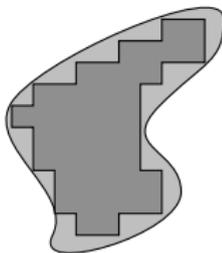


## Approssimazione mediante poliedri

- Le regioni di spazio sono rappresentate come unione di poliedri;
- Efficienti da rappresentare e manipolare;
- Permettono di garantire la terminazione;



Sovra approssimazione



Sotto approssimazione

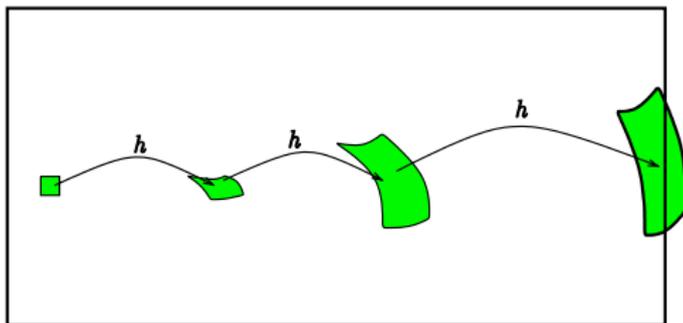
## L'algoritmo di d/dt: descrizione generale

- inizia dalla regione degli stati iniziali
- finché si aggiungono nuovi stati:
  - ▶ Calcola l'**evoluzione continua** del sistema;
  - ▶ Calcola l'**evoluzione discreta** del sistema;

### Domande:

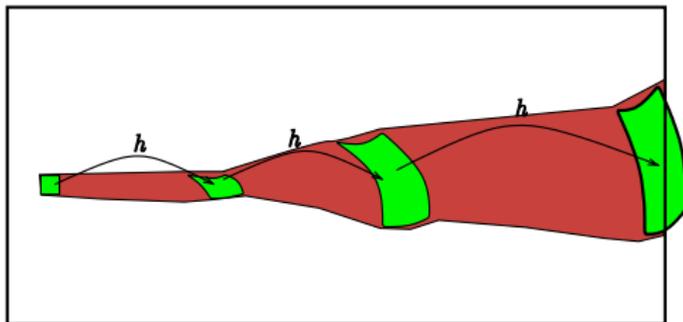
- Come si calcola l'evoluzione continua del sistema?
- Come si calcola l'evoluzione discreta del sistema?
- Come si garantisce che l'algoritmo termina?

## Calcolo dell'evoluzione continua del sistema



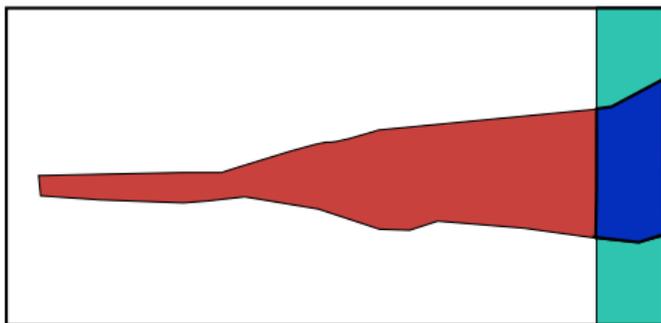
- 1 Finché sei all'interno dell'invariante della locazione:
  - ▶ calcola un passo di integrazione di ampiezza  $h$ ;
- 2 Calcola il tubo di flusso a partire dalle singole istantanee.

## Calcolo dell'evoluzione continua del sistema



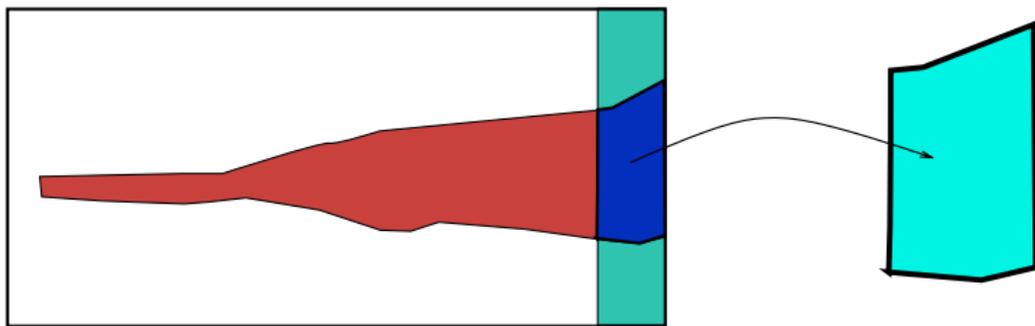
- 1 Finché sei all'interno dell'invariante della locazione:
  - ▶ calcola un passo di integrazione di ampiezza  $h$ ;
- 2 Calcola il tubo di flusso a partire dalle singole istantanee.

## Calcolo dell'evoluzione discreta del sistema



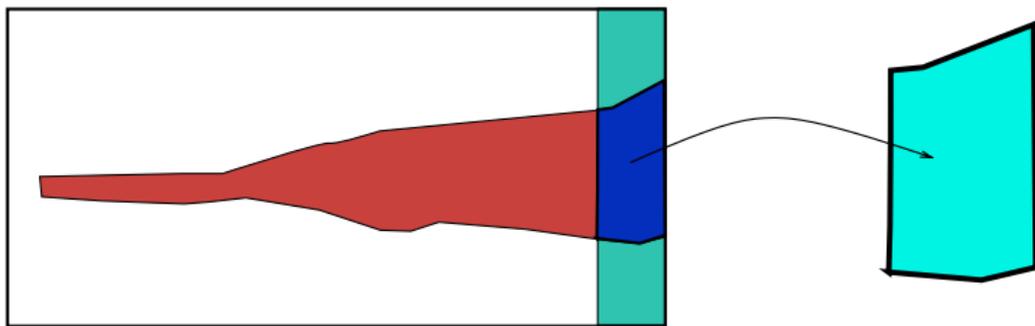
- 1 Calcola l'intersezione della regione raggiunta con le guardie delle transizioni uscenti;
- 2 Se non è vuota, applica i reset all'intersezione;
- 3 Ricomincia il calcolo dell'evoluzione continua dalla nuova regione.

## Calcolo dell'evoluzione discreta del sistema



- 1 Calcola l'intersezione della regione raggiunta con le guardie delle transizioni uscenti;
- 2 Se non è vuota, applica i reset all'intersezione;
- 3 Ricomincia il calcolo dell'evoluzione continua dalla nuova regione.

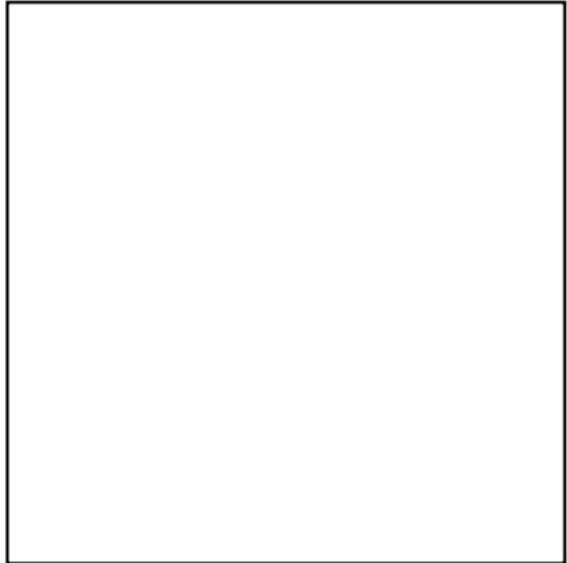
## Calcolo dell'evoluzione discreta del sistema



- 1 Calcola l'intersezione della regione raggiunta con le guardie delle transizioni uscenti;
- 2 Se non è vuota, applica i reset all'intersezione;
- 3 Ricomincia il calcolo dell'evoluzione continua dalla nuova regione.

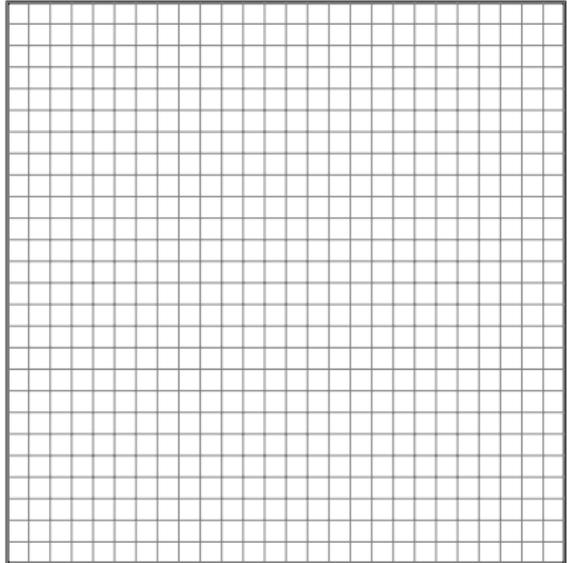
## L'algoritmo di d/dt: terminazione

- Si restringe lo spazio di ricerca ad una **regione limitata**
- Divisione mediante una griglia in un numero **finito** di celle
- Le regioni sono rappresentate usando i punti della griglia



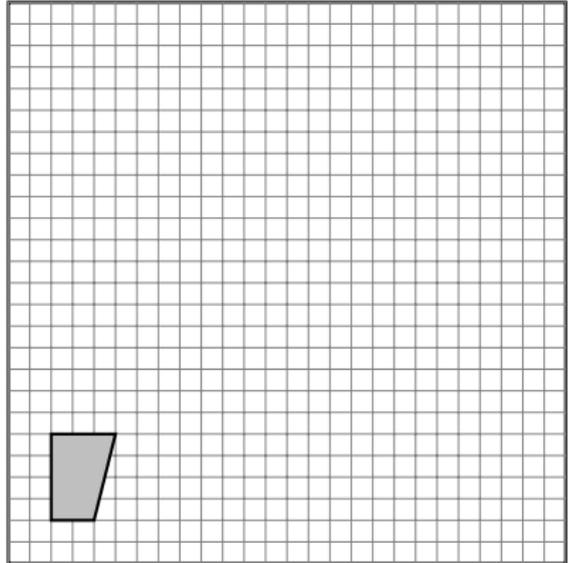
## L'algoritmo di d/dt: terminazione

- Si restringe lo spazio di ricerca ad una **regione limitata**
- Divisione mediante una griglia in un numero **finito** di celle
- Le regioni sono rappresentate usando i punti della griglia



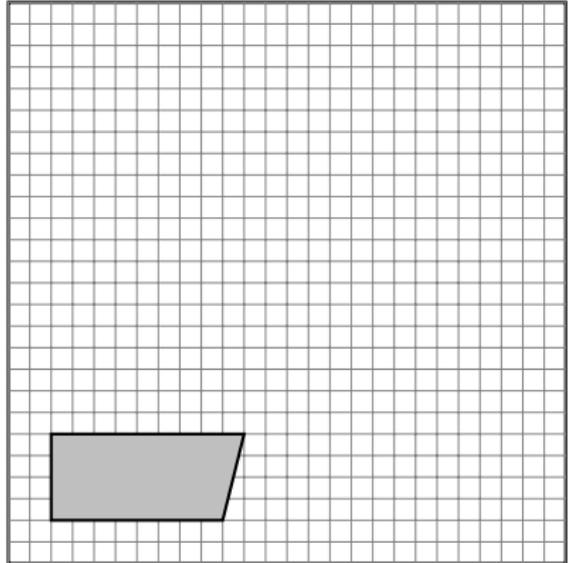
## L'algoritmo di d/dt: terminazione

- Si restringe lo spazio di ricerca ad una **regione limitata**
- Divisione mediante una griglia in un numero **finito** di celle
- Le regioni sono rappresentate usando i punti della griglia



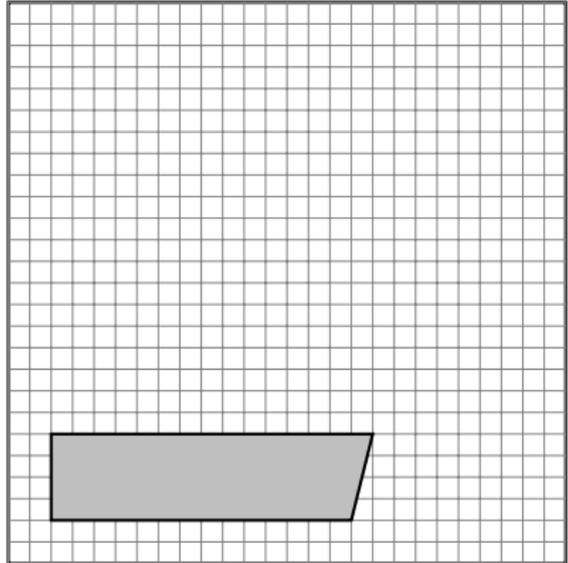
## L'algoritmo di d/dt: terminazione

- Si restringe lo spazio di ricerca ad una **regione limitata**
- Divisione mediante una griglia in un numero **finito** di celle
- Le regioni sono rappresentate usando i punti della griglia



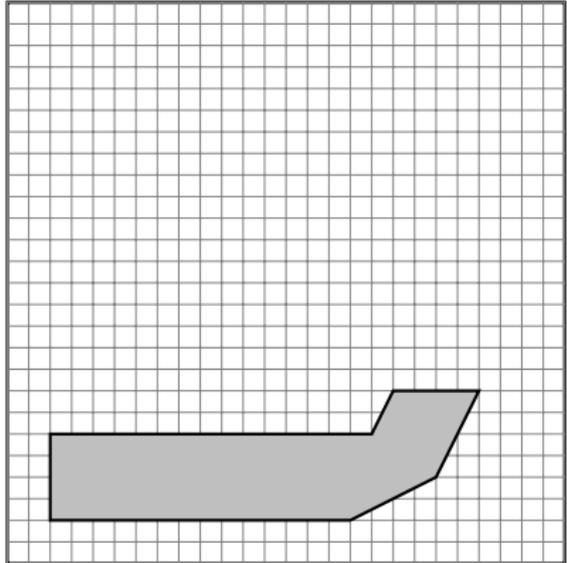
## L'algoritmo di d/dt: terminazione

- Si restringe lo spazio di ricerca ad una **regione limitata**
- Divisione mediante una griglia in un numero **finito** di celle
- Le regioni sono rappresentate usando i punti della griglia



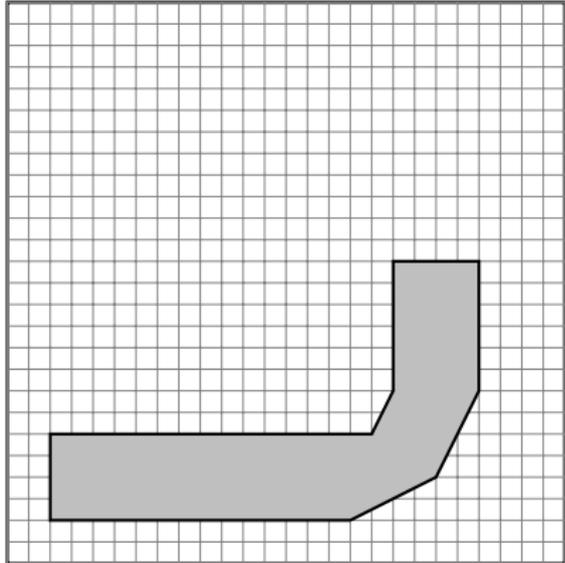
## L'algoritmo di d/dt: terminazione

- Si restringe lo spazio di ricerca ad una **regione limitata**
- Divisione mediante una griglia in un numero **finito** di celle
- Le regioni sono rappresentate usando i punti della griglia



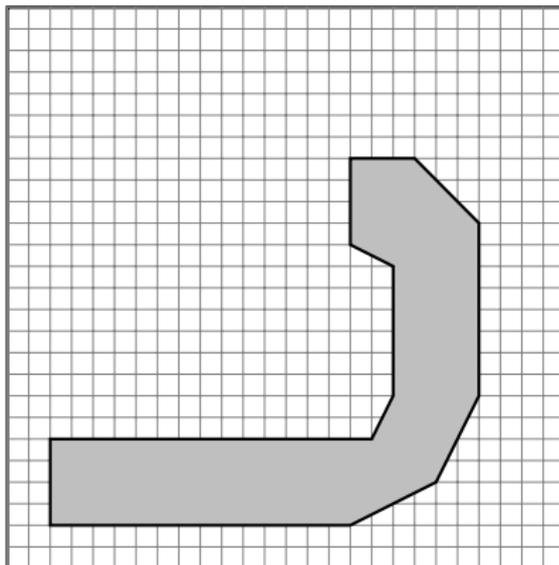
## L'algoritmo di d/dt: terminazione

- Si restringe lo spazio di ricerca ad una **regione limitata**
- Divisione mediante una griglia in un numero **finito** di celle
- Le regioni sono rappresentate usando i punti della griglia



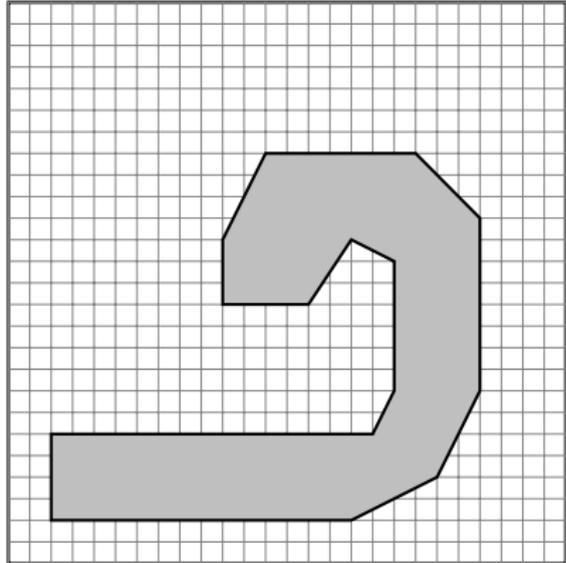
## L'algoritmo di d/dt: terminazione

- Si restringe lo spazio di ricerca ad una **regione limitata**
- Divisione mediante una griglia in un numero **finito** di celle
- Le regioni sono rappresentate usando i punti della griglia



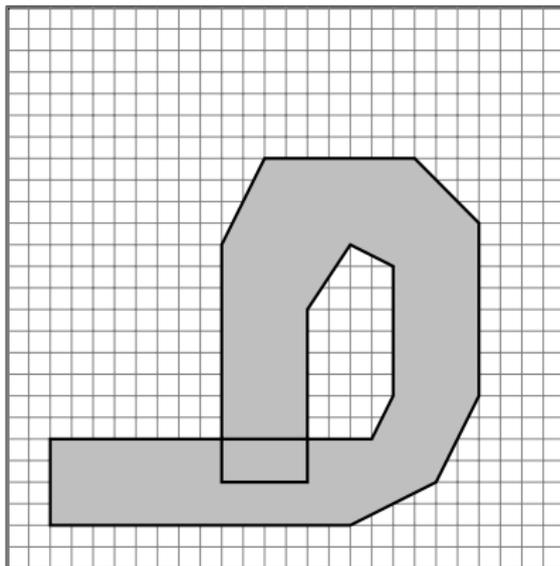
## L'algoritmo di d/dt: terminazione

- Si restringe lo spazio di ricerca ad una **regione limitata**
- Divisione mediante una griglia in un numero **finito** di celle
- Le regioni sono rappresentate usando i punti della griglia



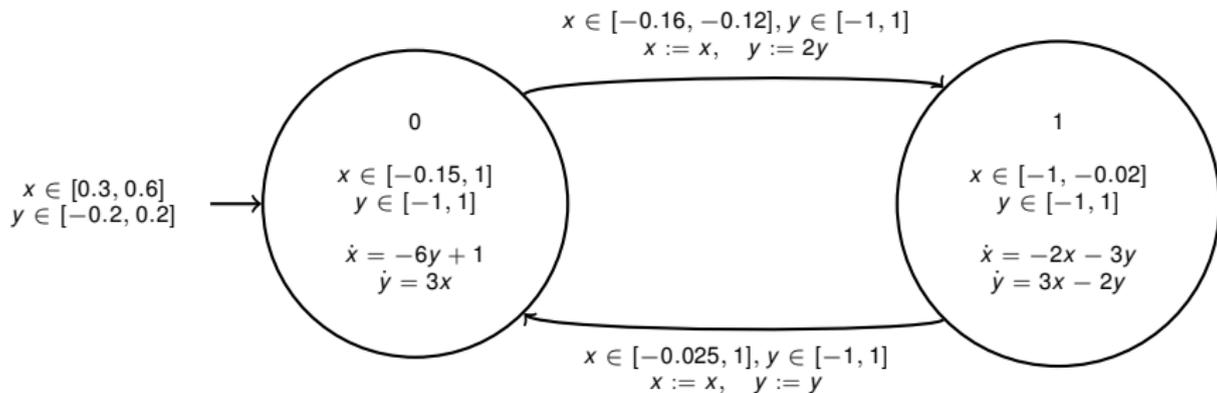
## L'algoritmo di d/dt: terminazione

- Si restringe lo spazio di ricerca ad una **regione limitata**
- Divisione mediante una griglia in un numero **finito** di celle
- Le regioni sono rappresentate usando i punti della griglia



- 1 Una breve introduzione a  $d/dt$
- 2 Un primo esempio**
- 3 Esercizi

## Esempio: un automa ibrido con due stati



## Descrizione dell'esempio di d/dt

Il sistema è descritto mediante due file:

- `center2-reset.hyb` contiene la descrizione dell'automa;
- `center2-reset.par` contiene i parametri di computazione;
- per lanciare la simulazione: `ddt center2-reset.hyb`

## center2-reset.hyb (1)

```
dimension: 2;
```

```
initloc: 0;
```

```
initset:
```

```
type rectangle
```

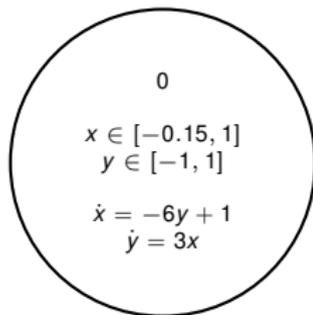
```
  0.3 0.6,
```

```
-0.2 0.2;
```

$$\begin{aligned} x &\in [0.3, 0.6] \\ y &\in [-0.2, 0.2] \end{aligned} \rightarrow \bigcirc$$

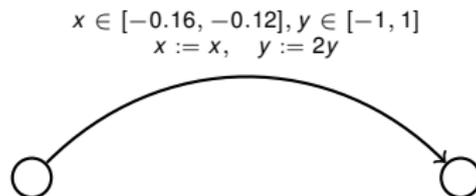
## center2-reset.hyb (2)

```
location: 0;  
matrixA:  
  0.0 -6.0,  
  3.0 0.0;  
scalB: 1.0;  
inputset:  
  type convex_vert  
  1.0 0.0;  
invariant:  
  type rectangle  
  -0.15 1.0,  
  -1.0 1.0;
```



## center2-reset.hyb (3)

```
transition:
label go01:
if in
  guard: type rectangle
  -0.16 -0.12,
  -1.0 1.0;
reset:
matrixP:
  1.0 0.0,
  0.0 2.0;
goto 1;
```



## center2-reset.hyb (4)

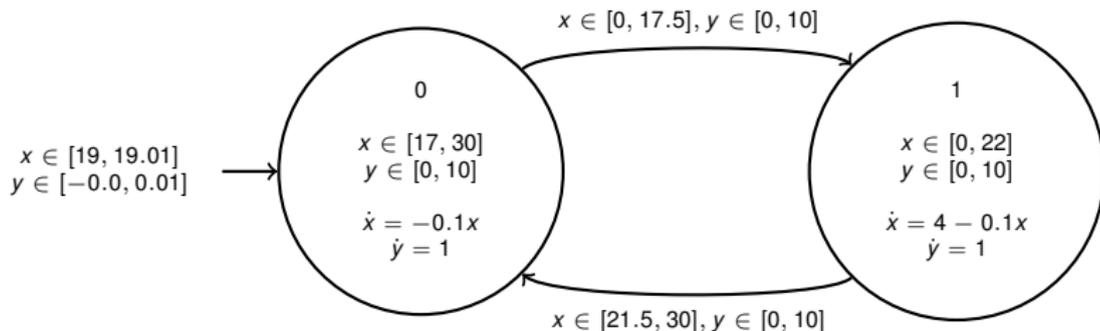
```
location: 1;
.....

transition:
.....
;

limits:
x[0] <= 1.0 and
x[0] >= -1.0 and
x[1] <= 1.0 and
x[1] >= -1.0
```

- 1 Una breve introduzione a  $d/dt$
- 2 Un primo esempio
- 3 Esercizi**

## Il termostato



Calcolare la regione raggiunta dall'automa (in 10 unità di tempo).

## Usate il seguente file .par!

```
dimension: 2;

state: 0,
  method bsp
state: 1,
  method bsp;

mesh_size 0.1 0.1 ;

precision 1E-20
polylib_priority qhull
cdd_zero 1E-7 ;

display ddt_viewer
verbose s
angle 60
colour 5
zoom 1 1 0
projection 1 0 0
viewing_mode 2
refresh 0
width 600
height 600
```

## Implementare in d/dt il sistema della cisterna

- Considerare l'esercizio della cisterna della lezione scorsa;
- Calcolare la regione raggiunta dal sistema, ponendo  $x_{min} = 10$  e  $x_{max} = 20$ ;
- **attenzione:** d/dt non permette di definire sistemi composti da più automi.

<http://profs.sci.univr.it/~bresolin/lab03.pdf>