



Università degli Studi di Verona

DIPARTIMENTO DI INFORMATICA

Appello di Analisi Matematica II (Mod. base) - a.a. 08/09, M. Squassina

[Corsi di Laurea in Mat. Applicata, Spec. Informatica, Info. Multimediale, Bioinfo]

Appello d'esame N.5, 14 Luglio 2009 - Sessione Estiva

Nome, Cognome, Matricola, CdL:

Matematica Applicata? crocia il box: **si** **no**

Quanti errori nel qualifying? crocia il box: **0** **1** **2**

Indicazioni: Per sostenere l'esame è necessario essere iscritti on-line. Scrivere *nome, cognome, matricola e corso di laurea* in stampatello. I compiti anonimi *non* saranno corretti. Libri, appunti e calcolatrici grafiche *non* sono consentiti. Punteggio massimo: +35 punti.

GIUSTIFICARE ACCURATAMENTE TUTTE LE RISPOSTE FORNITE

Problema 1 [≤ 10 pt]. Sia $\alpha > 0$ e si consideri la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{|\sin(xy) - xy|^\alpha}{(x^2 + y^2)^3} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Determinare i valori di α per cui f è continua in $(0, 0)$.

Problema 2 [≤ 8 pt]. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x, y) = (x^2 + y^2)e^{-y^2},$$

e sia $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq \sqrt{1 - x^2} \text{ per } |x| \leq 1 \text{ e } y \geq |x| - 1 \text{ per } |x| \geq 1\}$. Calcolare, se esistono, i limiti

$$\lim_{|(x,y)| \rightarrow \infty} f(x, y), \quad \lim_{\substack{|(x,y)| \rightarrow \infty \\ (x,y) \in C}} f(x, y).$$

Determinare i punti di massimo e minimo vincolato per f su C .

Problema 3 [≤ 8 pt]. Si calcoli il limite

$$\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} \frac{I_\alpha}{\alpha^4},$$

dove

$$I_\alpha = \iint_{C_\alpha} \frac{x^2}{y^2} dx dy, \quad C_\alpha = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x \leq \alpha, \frac{1}{x} \leq y \leq x \right\}.$$

Problema 4 [≤ 9 pt]. Si consideri la funzione $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^1

$$F(x, y) = y^3 - 2xy^2 + \cos(xy) - 2.$$

Si mostri che la relazione $F(x, y) = 0$ definisce implicitamente una funzione $\varphi : (-\delta, \delta) \rightarrow (1 - \sigma, 1 + \sigma)$ in un intorno del punto $(0, 1)$. Si calcoli la derivata $\varphi'(0)$ e si dica infine se φ è estendibile a tutto \mathbb{R} .