Programma di Analisi 1 '00-'01

NOTA: si richiede espressamente la conoscenza delle definizioni e/o delle dimostrazioni dei teoremi relativi ai periodi asteriscati

Debiti formativi

Elementi di geometria analitica (equazioni di retta, parabola, circonferenza, ellisse, iperbole). Disequazioni di 2° grado. Regola di Ruffini. Binomio di Newton. Numeri naturali, principio di induzione. Numeri interi, razionali. Il sistema dei numeri reali: assioma di Dedekind, principio di Archimede, estremo superiore ed inferiore. Valore assoluto, disuguaglianza triangolare.

Successioni e serie numeriche

Limite di una successione reale *. Convergenza delle successioni monotone e limitate. Criterio di convergenza di Cauchy. Successioni definite per ricorrenza. Diseguaglianza di Bernoulli e applicazioni al calcolo di limiti notevoli. Il numero e *. Irrazionalità di e.

Teorema della permanenza del segno, teorema dei due Carabinieri. Operazioni con i limiti, forme indeterminate.

La funzione esponenziale, logaritmo. Crescita esponenziale, polinomiale, logaritmica. Funzioni trigonometriche, coordinate polari, formule di Eulero.

Serie numeriche. Convergenza della serie geometrica. Serie telescopiche. Criteri di convergenza per serie a termini positivi: condizioni necessarie, criterio del confronto, del confronto asintotico, di condensazione, del rapporto, della radice *.

Criterio di convergenza assoluta *. Riordinamento di una serie. Criterio di convergenza di Leibnitz.

Convergenza delle serie di potenze.

Continuità delle funzioni di una variabile reale

Sottoinsiemi di $\mathbb{R}$: intervalli aperti, chiusi. Punti di accumulazione.

Limite di funzioni reali *. Limite destro e sinistro. Alcuni limiti notevoli: $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x}$ $\lim_{x\to 0} \frac{e^x-1}{x}$ $\lim_{x\to 0} \frac{\log(1+x)}{x}$. Nozione di o ("o" piccolo).

Funzioni continue *. Funzioni continue su un intervallo: teorema degli zeri, teorema di Bolzano-Weierstraß*.

Conseguenze del teorema degli zeri: teorema dei valori intermedi (l'immagine continua di un intervallo è un intervallo), le funzioni continue invertibili sono monotone, continuità della funzione inversa.

Calcolo differenziale per funzioni di una variabile reale

Derivata di una funzione in un punto, significato geometrico, fisico *. Derivata destra e sinistra. Continuità di una funzione derivabile. Derivate successive. Derivate delle funzioni elementari. Regole di derivazione: derivata della somma, del prodotto, della composizione, della funzione inversa. Tassi di crescita relativi e problemi applicati.

Principio di Fermat. Teorema di Rolle *. Teorema di Lagrange (del valor medio) e prime conseguenze *. Metodo di Newton o delle tangenti per la determinazione degli zeri di una funzione derivabile, stime di convergenza. Problemi applicati di massimo e minimo.

Teorema di Cauchy del valor medio generalizzato. Regola di de l'Hôpital e applicazioni.

Formula di Taylor, resto in forma di Peano e di Lagrange *. Sviluppo di Taylor delle funzioni elementari, applicazioni al calcolo dei limiti e allo studio qualitativo del grafico di una funzione. Serie di Taylor, funzioni analitiche. Teorema di derivazione (e integrazione) termine a termine per serie di potenze.

Calcolo integrale per funzioni di una variabile reale

Il problema inverso della derivazione, integrale indefinito. Il problema delle aree, integrale definito: definizione e proprietà dell'integrale di Riemann *. Integrabilità delle funzioni continue. Teorema della media integrale *. Teorema fondamentale del calcolo integrale *.

Metodi di integrazione: per sostituzione, per parti. Integrazione delle funzioni elementari. Applicazioni al calcolo di lunghezze, aree, volumi.

Convergenza degli integrali impropri: criterio del confronto, criterio di integrabilità assoluta. Criterio integrale di convergenza per una serie numerica a termini positivi.

Complementi

Equazioni differenziali a variabili separabili. Equazioni differenziali lineari del secondo ordine a coefficienti costanti.

Riferimenti bibliografici

[1] G.F. Simmons, M. Abate *"Calcolo differenziale e integrale".* Mc Graw-Hill

[2] E. Giusti *"Analisi Matematica 1".* Bollati Boringhieri