Università degli Studi di Verona
Dipartimento di Informatica

Elaborazione di Segnali e Immagini

A.A. 2020-2021
Appello d'Esame
26 Marzo 2021

Soluzione

Esercizio 1

a.
$X(\mu) = 2\Pi(\frac{\mu}{6}) + 2\Delta(\frac{\mu}{2}) + 4\Pi(\frac{\mu+5}{2}) + 4\Pi(\frac{\mu-5}{2})$

$x(t) = 12sinc(6t) + 4sinc^2(2t) + 8sinc(2t)[e^{j2\pi5t} + e^{-j2\pi5t}]$

b. Calcolo a(t)

$a(t) = x(t) * 4sinc(4t) \rightarrow 8sinc(4t) + 4sinc^2(2t)$

$A(\mu) = X(\mu) \cdot \Pi(\frac{\mu}{4}) \rightarrow 2\Pi(\frac{\mu}{4}) + 2\Delta(\frac{\mu}{2})$

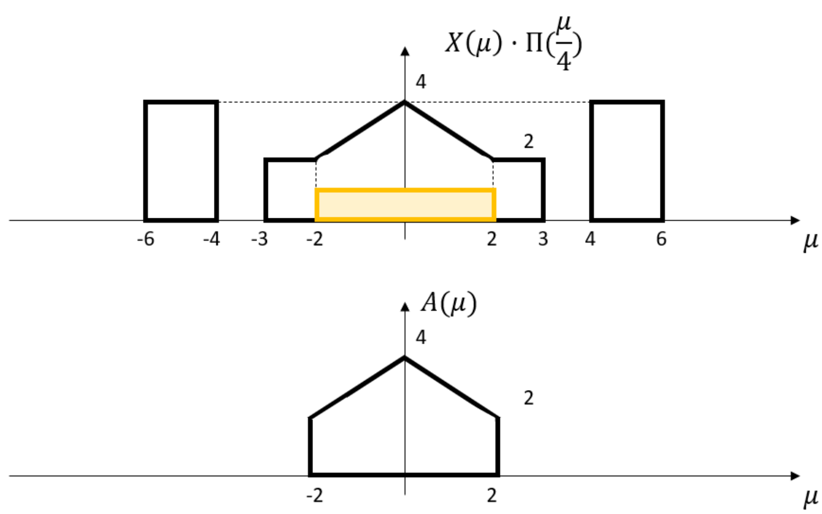

Figure 1: Segnale $A(\mu)$, filtraggio passa basso con frequenza di taglio di 2Hz. Tutto ciò che sta al di fuori della banda di frequenza, viene eliminato.

c. Calcolo b(t)

$b(t) = a(t) \cdot cos(2\pi 4t) \rightarrow [4sinc(4t) + 2sinc^2(2t)][e^{j2\pi 4t} + e^{-j2\pi 4t}]$

$$
\begin{aligned}
B(\mu) &= A(\mu) * 1/2[\delta(\mu+4) + \delta(\mu-4)] \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} A(\tau) \cdot 1/2[\delta(\mu+4-\tau) + \delta(\mu-4-\tau)]d\tau \\
&= 1/2 \int_{-\infty}^{\infty} A(\tau) \cdot [\delta(\mu+4-\tau) + \delta(\mu-4-\tau)]d\tau \\
&| \quad \text{Proprietà di setacciamento} \\
&= 1/2A(\mu+4) + 1/2A(\mu-4) \\
&= 1/2 \cdot [2\Pi(\frac{\mu+4}{4}) + 2\Delta(\frac{\mu+4}{2})] + 1/2 \cdot [2\Pi(\frac{\mu-4}{4}) + 2\Delta(\frac{\mu-4}{2})] \\
&= \Pi(\frac{\mu+4}{4}) + \Delta(\frac{\mu+4}{2}) + \Pi(\frac{\mu-4}{4}) + \Delta(\frac{\mu-4}{2})
\end{aligned}
$$

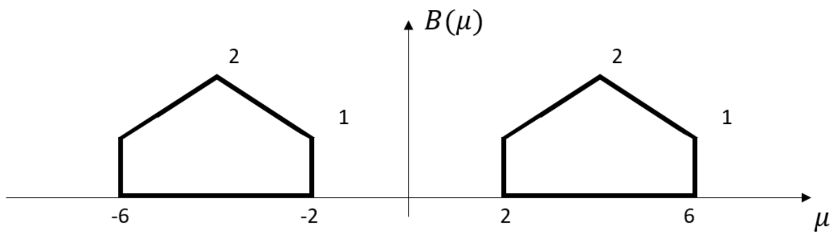

Figure 2: Segnale $B(\mu)$.

d. Calcolo c(t)

La minima frequenza di campionamento con cui ripetere il segnale $B(\mu)$ senza effetti di aliasing è fc = 12Hz, considerando $B(-2) = 0$ e $B(6) = 0$.

$c(t) = b(t) \cdot \Sigma_n \delta(t - n/12)$

$$
\begin{aligned}
C(\mu) &= B(\mu) * 12\Sigma_n \delta(\mu - 12n) \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} B(\tau) \cdot 12\Sigma_n \delta(\mu - 12n - \tau)d\tau \\
&= 12 \int_{-\infty}^{\infty} B(\tau) \cdot \Sigma_n \delta(\mu - 12n - \tau)d\tau \\
&| \quad \text{Proprietà di setacciamento} \\
&= 12\Sigma_n B(\mu - 12n)
\end{aligned}
$$

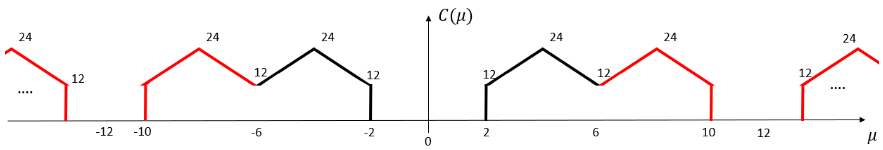

Figure 3: Segnale $C(\mu)$. Non ho alcun effetto di aliasing considerando l'assunzione fatta al punto precedente.

e. Calcolo d(t)

$d(t) = c(t) * 12sinc(12t)$

$D(\mu) = C(\mu) \cdot \Pi(\frac{\mu}{12})$

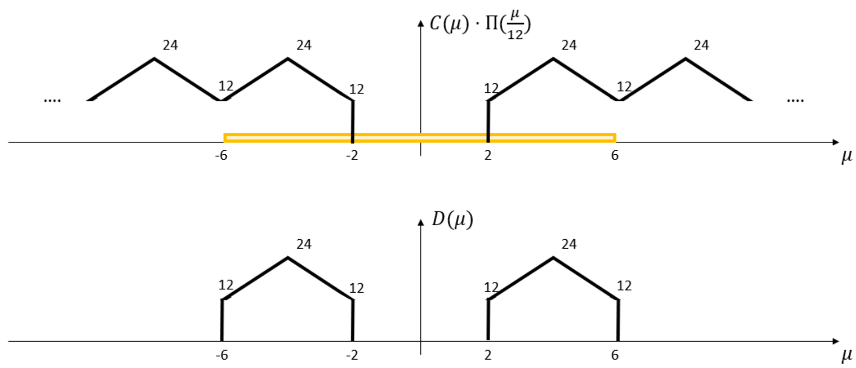

Figure 4: Segnale $D(\mu)$, filtraggio passa basso con frequenza di taglio di 6Hz. Tutto ciò che sta al di fuori della banda di frequenza, viene eliminato.

Esercizio 2

a.
$x(t) = \delta(t-1) + \delta(t-2) + \Pi(t-4.5)$

$h(t) = 2\Pi(\frac{t-1}{2})$

Assumo che $h(0) = 0$ valgono 0.

- con t<1, non ho intersezione tra i segnali, y non esiste.
- a. (1≤t<2) Ho interesezione con il primo impulso, il prodotto tra i segnali genera impulsi di ampiezza 2. L'integrale in questo intervallo vale quindi 2 y(1≤t<2) = 2.
- b. (2≤t<3) Ho intersezione con entrambi gli impulsi,il prodotto tra i segnali genera impulsi di ampiezza 4. L'integrale in questo intervallo vale quindi 4 y(2≤t<3) = 4.
- c. (3≤t<4) Ho intersezione con il secondo impulso, il prodotto tra i segnali genera impulsi di ampiezza 2. L'integrale in questo intervallo vale quindi 2 y(3≤t<4) = 2.

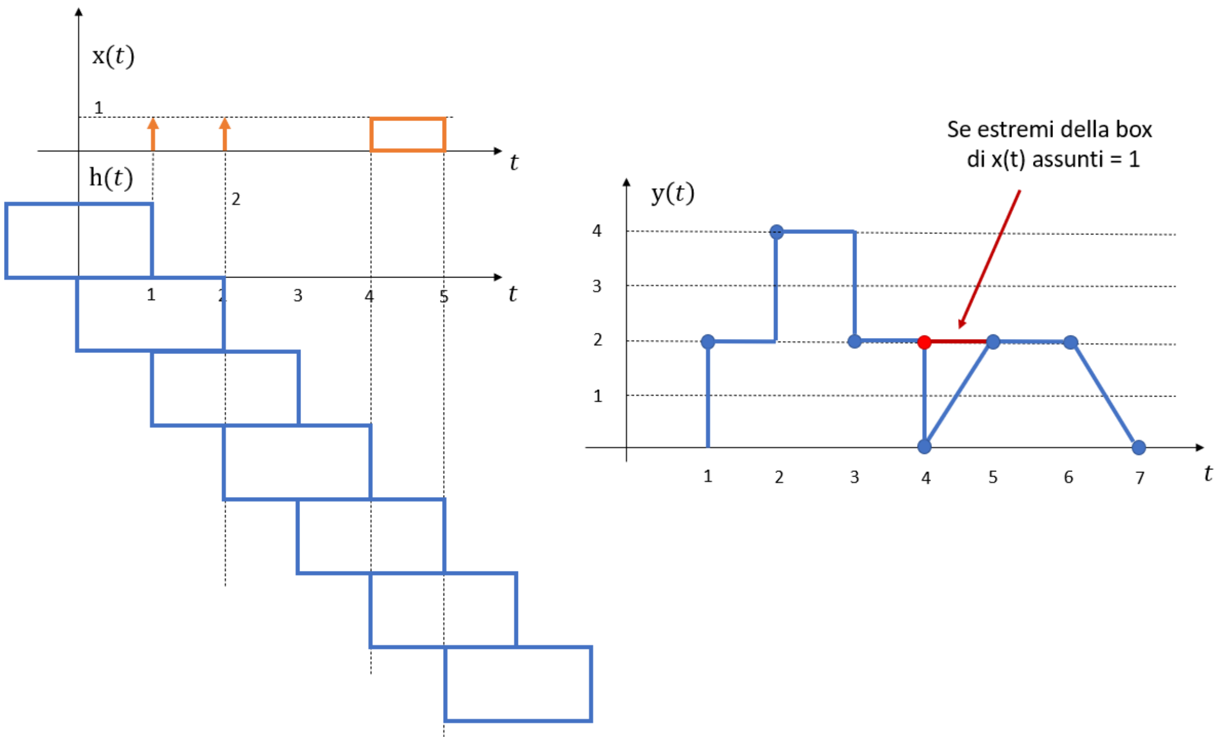

Figure 5: Convoluzione tra $x(t)$ e $h(t)$

- d. (t=4) Ho interesezione ma il prodotto tra i segnali è costante a 0. L'integrale vale quindi 0, y(4)=0. Se invece, gli estremi della box di $x(t)$ sono assunti positivi, il prodotto non è più una costante a 0 e l'integrale in questo punto vale 2 y(4) = 2.
- e. (t=5) Ho intersezione, il prodotto tra i segnali è una box di ampiezza 2 e base 1. L'integrale del prodotto equivale all'area del rettangolo y(5) = 2.
- f. (t=6) Ho intersezione, il prodotto tra i segnali è una box di ampiezza 2 e base 1. L'integrale del prodotto equivale all'area del rettangolo y(6) = 2.
- g. (t=7) Ho interesezione ma il prodotto tra i segnali è costante a 0. L'integrale vale quindi 0, y(7)=0.
- con t>7, non ho intersezione tra i segnali, y non esiste.

b.

$w(t) = \Pi(\frac{t-4}{6}) - y(t)$

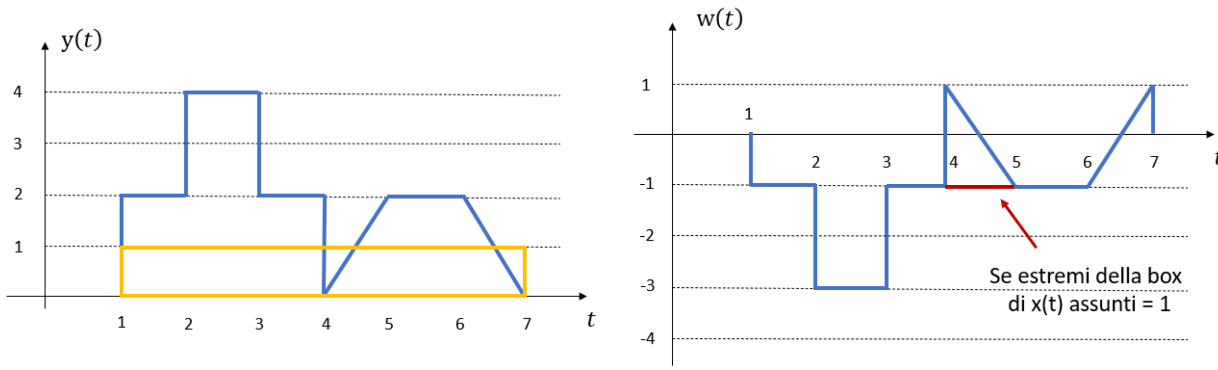

Figure 6: Segnale $w(t)$.

Esercizio 3

I) Lo spettro in ampiezza 1) corrisponde all'immagine in a), perché esso non mostra componenti a bassa frequenza dominanti rispetto a quelle ad alta frequenza come invece mostra lo spettro in ampiezza 2)

II) Le operazioni che si devono fare allo spettro in ampiezza dell'immagine 1) sono la moltiplicazione con uno spettro in ampiezza di Butterworth o gaussiana, e poi l'antitrasformata. Moltiplicare per un passabasso ideale potrebbe creare problemi di ringing, è comunque una soluzione subottimale. Rispetto allo spettro di fase, non si deve fare nulla, in quanto l'immagine non viene ne' ruotata ne' traslata.