

Ordinary Least Squares: esercizi

Dr. Mauro Zucchelli

University Of Verona

December 5, 2016

Esercizio 1: fitting di una retta

- Definire una retta $y = mx + q$
- Aggiungere rumore gaussiano: $y + \text{randn}(\text{length}(y), 1) * 0.5$;
- Calcolare la base \mathbf{B} e usarla per trovare i coefficienti con

$$\mathbf{c} = (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{y} \quad (1)$$

- Calcolare l'errore tra retta fittata e originale

Esercizio 2: fitting dei coefficienti Wavelet

- Definire una segnale: es. $y = \cos(2 * \pi * 2 * x) * \cos(2 * \pi * 0.5 * x)$;
- Aggiungere rumore gaussiano: $\sigma = 0.05$
- Definire la base Ψ , usa `haar-wave.m` o `mexican-hat.m` con $N = 40$ e $J = 4$

$$\psi_{j,n}(t) = \frac{1}{\sqrt{2^j}} \psi\left(\frac{r - 2^j n}{2^j}\right) \quad (2)$$

- Again: calcolare l'errore tra i segnali fittati e l'originale

Esercizio 3: fitting del tensore di diffusione

- Definire gli autovalori $\lambda_1 = 0.3e - 03$, $\lambda_2 = 0.3e - 03$, $\lambda_3 = 1.7e - 03$
- Definire un angolo di rotazione: es. $[0,0]$
- Utilizzate $b=1000$ e \mathbf{u} utilizzando

```
u = dlmread('samples_50.txt');  
u = u(:,2:end);
```

- Creare il tensore di diffusione:

```
D = create_diffusion_tensor([lambda_1,lambda_2,lambda_3],angle);
```

- Visualizzare con:

```
draw_ellipsoid(D)
```

Esercizio 3: fitting del tensore di diffusione

- Creare la base \mathbf{M}

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} u_{0x}^2 & 2u_{0x}u_{0y} & 2u_{0x}u_{0z} & 2u_{0y}u_{0z} & u_{0y}^2 & u_{0z}^2 \\ u_{1x}^2 & 2u_{1x}u_{1y} & 2u_{1x}u_{1z} & 2u_{1y}u_{1z} & u_{1y}^2 & u_{1z}^2 \\ \vdots & & \ddots & & & \vdots \\ u_{sx}^2 & 2u_{sx}u_{sy} & 2u_{sx}u_{sz} & 2u_{sy}u_{sz} & u_{sy}^2 & u_{sz}^2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} D_{x,x} \\ D_{x,y} \\ D_{x,z} \\ D_{y,z} \\ D_{y,y} \\ D_{z,z} \end{bmatrix} \quad (4)$$

- Una volta fittati i coefficienti si confrontino graficamente i due ellissoidi e i relativi autovalori/autovettori

Esercizio 4: fitting di SH

- Definire un propagatore formato dalla somma di due propagatori
- Utilizzare i punti \mathbf{u} e gli eigenvalues dell'esercizio precedente e creare due tensori orientati in maniera differente
- Il propagatore finale sar ottenuto come

$$P(\mathbf{r}) = \frac{0.5}{\sqrt{(4\pi\tau)^3 |\mathbf{D}_1|}} \exp \frac{-\mathbf{r}^T \mathbf{D}_1^{-1} \mathbf{r}}{4\tau} + \frac{0.5}{\sqrt{(4\pi\tau)^3 |\mathbf{D}_2|}} \exp \frac{-\mathbf{r}^T \mathbf{D}_2^{-1} \mathbf{r}}{4\tau}$$

- Usare come raggio $r = 50e - 03$

Esercizio 4: fitting di SH

- Sperimentate con il file

`draw_sh.m`

- Provate a fittare il propagatore con una base SH e a visualizzare il risultato!

n.b. per fare ci dovrete **interpolare** il segnale fittato su una mesh come in `drawsh.m`