

Numero Seriale: **1.** Risposte: 1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9: 10:
Nome e Matricola:

POLITECNICO DI MILANO – CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA EDILE – ANALISI MATEMATICA A

Appello Finale N. 2

Scrivere nome e matricola in stampatello. I compiti anonimi non saranno corretti. La durata dell'esame è di 120 min. Nessun libro è consentito. Nessuna calcolatrice grafica è consentita. Restituire solo il presente foglio con le risposte. Annotare e conservare il numero seriale del compito e le risposte date. Le risposte corrette valgono +3.5 punti. Le risposte errate valgono -1 punti. Le risposte non date valgono 0 punti. Ogni domanda ammette una ed una sola risposta esatta.

Quesito 1: Sia $f \in C^4(\mathbb{R})$ tale che

$$f(0) = f'(0) = f''(0) = f'''(0) = 0, \quad f^{(4)}(0) > 0.$$

Allora:

☐ a esiste un intorno di 0 su cui f è minore o uguale a 0. ☐ b esiste un intorno di 0 su cui f è maggiore o uguale a 0. ☐ c si ha $\frac{f(x)}{x^4} \rightarrow 0$ per $x \rightarrow 0$. ☐ d f cambia segno in ogni intorno di 0.

Quesito 2: Sia $f : [-5, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = x^2 - 6|x| + 5.$$

Allora:

☐ a $x = 1$ è punto di minimo assoluto. ☐ b f ammette minimo ma non massimo. ☐ c $x = 0$ è punto di minimo assoluto. ☐ d $x = 0$ è punto di massimo assoluto.

Quesito 3: La successione

$$n^4(\sqrt{n^8 + 1} - n^4)$$

risulta:

☐ a illimitata. ☐ b positivamente divergente. ☐ c negativamente divergente. ☐ d convergente.

Quesito 4: L'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{\sin x - x + \frac{x^3}{6}}{x^{\frac{11}{2}}} dx$$

risulta:

☐ a negativamente divergente. ☐ b indeterminato. ☐ c convergente. ☐ d positivamente divergente.

Quesito 5: Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile tale che

$$f(0) = f'(0) = 0, \quad f''(0) > 0.$$

Si consideri la funzione integrale

$$F(x) = \int_0^x f(t) dt.$$

Allora si ha:

☐ a F cambia segno in ogni intorno di 0. ☐ b F è negativa in un opportuno intorno di 0. ☐ c 0 è un punto di minimo locale per F . ☐ d F è positiva in un opportuno intorno di 0.

Quesito 6: Sia $f : [-3, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = -|x^2 - 4|x| + 3|.$$

Allora:

☐ a $x = 0$ è punto di minimo assoluto. ☐ b $x = 0$ è punto di massimo assoluto. ☐ c $x = 2$ è punto di minimo assoluto. ☐ d f ammette minimo ma non massimo.

Quesito 7: Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile tale che

$$f(0) = 0, \quad f'(0) < 0.$$

Si consideri la funzione integrale

$$F(x) = \int_0^x f(t) dt.$$

Allora si ha:

☐ a F è positiva in un opportuno intorno di 0. ☐ b 0 è un punto di massimo locale per F . ☐ c 0 è un punto di minimo locale per F . ☐ d 0 è un punto angoloso per F .

Quesito 8: Sia $f \in C^5(\mathbb{R})$ tale che

$$f(0) = f'(0) = f''(0) = f'''(0) = f^{(4)}(0) = 0, \quad f^{(5)}(0) > 0.$$

Allora:

☐ a si ha $\frac{f(x)}{x^5} \rightarrow 0$ per $x \rightarrow 0$. ☐ b esiste un intorno di 0 su cui f è positiva. ☐ c esiste un intorno di 0 su cui f è negativa. ☐ d f cambia segno in ogni intorno di 0.

Quesito 9: La serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}}{\sqrt{n}}$$

risulta:

☐ a positivamente divergente. ☐ b negativamente divergente. ☐ c convergente. ☐ d indeterminata.

Quesito 10: Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile tale che

$$f(0) = f'(0) = 0, \quad f''(0) < 0.$$

Si consideri la funzione integrale

$$F(x) = \int_0^x f(t) dt.$$

Allora si ha:

☐ a F è positiva in un opportuno intorno di 0. ☐ b 0 è un punto di minimo locale per F . ☐ c F è negativa in un opportuno intorno di 0. ☐ d F cambia segno in ogni intorno di 0.

Quesito 11: L'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{e^x - 1 - x - \frac{x^2}{2}}{x^{\frac{7}{2}}} dx$$

risulta:

☐ a positivamente divergente. ☐ b indeterminato. ☐ c convergente. ☐ d negativamente divergente.

Quesito 12: L'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{\sinh x - x - \frac{x^3}{6}}{x^{\frac{11}{2}}} dx$$

risulta:

☐ a positivamente divergente. ☐ b convergente. ☐ c indeterminato. ☐ d negativamente divergente.

Quesito 13: La successione

$$n^5(\sqrt{n^4+1}-n^2)$$

risulta:

☐ *a* convergente. ☐ *b* positivamente divergente. ☐ *c* negativamente divergente. ☐ *d* indeterminata.

Quesito 14: La serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n-1}}{n^{\frac{3}{4}}}$$

risulta:

☐ *a* positivamente divergente. ☐ *b* convergente. ☐ *c* negativamente divergente. ☐ *d* indeterminata.

Quesito 15: La successione

$$n(\sqrt{n^4+1}-n^2)$$

risulta:

☐ *a* positivamente divergente. ☐ *b* convergente a zero. ☐ *c* illimitata. ☐ *d* negativamente divergente.

Quesito 16: L'area della regione compresa tra i grafici delle funzioni

$$f(x) = 2\sqrt{x}, \quad g(x) = 2x^2$$

vale:

☐ *a* $\frac{1}{3}$. ☐ *b* $\frac{5}{2}$. ☐ *c* $\frac{2}{3}$. ☐ *d* 1.

Quesito 17: Sia $f \in C^3(\mathbb{R})$ tale che

$$f(0) = f'(0) = f''(0) = 0, \quad f'''(0) > 0.$$

Allora:

☐ *a* esiste un intorno di 0 su cui f è positiva. ☐ *b* esiste un intorno di 0 su cui f è negativa. ☐ *c* f cambia segno in ogni intorno di 0. ☐ *d* si ha $\frac{f(x)}{x^3} \rightarrow 0$ per $x \rightarrow 0$.

Quesito 18: La serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n-1}}{n^2}$$

risulta:

☐ *a* indeterminata. ☐ *b* negativamente divergente. ☐ *c* convergente. ☐ *d* positivamente divergente.

Quesito 19: L'area della regione compresa tra i grafici delle funzioni

$$f(x) = \sqrt{x}, \quad g(x) = x^2$$

vale:

☐ *a* $\frac{1}{3}$. ☐ *b* $\frac{5}{2}$. ☐ *c* $\frac{2}{3}$. ☐ *d* 1.

Quesito 20: L'area della regione compresa tra i grafici delle funzioni

$$f(x) = 5\sqrt{x}, \quad g(x) = 5x^2$$

vale:

☐ *a* $\frac{1}{3}$. ☐ *b* $\frac{2}{3}$. ☐ *c* $\frac{5}{3}$. ☐ *d* $\frac{5}{2}$.

Quesito 21: Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile tale che

$$f(0) = 0, \quad f'(0) > 0.$$

Si consideri la funzione integrale

$$F(x) = \int_0^x f(t) dt.$$

Allora si ha:

☐ a F è minore o uguale a 0 in un opportuno intorno di 0. ☐ b 0 è un punto angoloso per F . ☐ c 0 è un punto di minimo locale per F . ☐ d 0 è un punto di massimo locale per F .

Quesito 22: L'area della regione compresa tra i grafici delle funzioni

$$f(x) = 3\sqrt{x}, \quad g(x) = 3x^2$$

vale:

☐ a $\frac{1}{3}$. ☐ b 1. ☐ c $\frac{5}{2}$. ☐ d $\frac{2}{3}$.

Quesito 23: La successione

$$n^4(\sqrt{n^8 + 1} - n^4)$$

risulta:

☐ a limitata. ☐ b negativamente divergente. ☐ c positivamente divergente. ☐ d illimitata.

Quesito 24: Sia $f : [-5, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = |x^2 - 6|x| + 5|.$$

Allora:

☐ a $x = 0$ è punto di massimo assoluto. ☐ b $x = 0$ è punto di minimo assoluto. ☐ c $x = 3$ è punto di minimo assoluto. ☐ d f ammette minimo ma non massimo.

Quesito 25: La serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}}{n}$$

risulta:

☐ a convergente. ☐ b positivamente divergente. ☐ c indeterminata. ☐ d negativamente divergente.

Quesito 26: Sia $f : [-3, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = x^2 - 4|x| + 3.$$

Allora:

☐ a $x = 3$ è punto di minimo assoluto. ☐ b $x = 0$ è punto di minimo assoluto. ☐ c $x = 0$ è punto di massimo assoluto. ☐ d f ammette minimo ma non massimo.

Quesito 27: L'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{\sqrt{1 + \sqrt{x}} - 1}{x} dx$$

risulta:

☐ a positivamente divergente. ☐ b negativamente divergente. ☐ c indeterminato. ☐ d convergente.

Quesito 28: Sia $f \in C^4(\mathbb{R})$ tale che

$$f(0) = f'(0) = f''(0) = f'''(0) = 0, \quad f^{(4)}(0) < 0.$$

Allora:

$\boxed{a}$ esiste un intorno di 0 su cui f è maggiore o uguale a 0. $\boxed{b}$ si ha $\frac{f(x)}{x^4} \rightarrow 0$ per $x \rightarrow 0$. $\boxed{c}$ esiste un intorno di 0 su cui f è minore o uguale a 0. $\boxed{d}$ f cambia segno in ogni intorno di 0.

Prof. Marco Squassina

Milano, 13 febbraio 2007

RESTITUIRE IL PRESENTE FOGLIO!