

## Dinamica dei sistemi di punti materiali

**Problema n. 1:** Una granata esplode da ferma in 3 frammenti. Due di questi, di uguale massa  $m$  volano in direzioni perpendicolari fra loro con velocità  $v = 30$  m/s. Il terzo frammento ha massa  $M = 3m$ . Determinare modulo, direzione e verso della velocità di quest'ultimo dopo l'esplosione.

**Problema n. 2:** Un proiettile di massa  $M = 50$  kg viene lanciato dal punto  $O$  di coordinate  $x=y=z=0$ , posto a livello del suolo, con velocità iniziale  $v = (200$  m/s)  $\mathbf{i} + (300$  m/s)  $\mathbf{k}$ . Il proiettile è naturalmente sottoposto alla forza di gravità  $\mathbf{F}_G = -M(9.8$  m/s<sup>2</sup>)  $\mathbf{k}$ . Quando il proiettile si trova al punto morto superiore, a causa dell'esplosione di una carica posta al suo interno, si spezza in due frammenti. Uno dei frammenti, che ha massa  $m_1=10$  kg, tocca il suolo nel punto di coordinate  $x = 1.3 \times 10^4$  m,  $y = -10^3$  m. Sapendo che i due frammenti toccano il suolo nello stesso istante e assumendo trascurabile l'attrito dell'aria, calcolare:

- il punto in cui il secondo frammento tocca il suolo;
- l'energia cinetica totale impartita ai due proiettili dalla carica esplosiva.

**Problema n. 3:** Un corpo di massa  $m_A = 100$  kg è posto in quiete su un piano orizzontale scabro e il coefficiente di attrito statico relativo è  $\mu_A = 0.2$ . Un secondo corpo  $B$ , di massa  $m_B = 20$  kg è posto in quiete su  $A$  e il coefficiente di attrito statico fra i due corpi è  $\mu_B = 0.1$ . Si determini:

- l'intensità della forza parallela al piano orizzontale applicabile al corpo  $A$ , superando la quale il corpo  $A$  si mette in movimento sul piano orizzontale;
- l'intensità massima della forza parallela al piano orizzontale che può essere applicata al corpo  $A$  senza che il corpo  $B$  sfugga da  $A$  (si assumano uguali i coefficienti di attrito statico e dinamico).

**Problema n. 4:** Un carrello ferroviario di massa  $M = 240$  kg e di lunghezza  $L = 12$  m si muove con velocità costante  $V_0 = 2.5$  ms<sup>-1</sup> da sinistra verso destra. Al centro del carrello si trova un uomo di massa  $m = 60$  kg, inizialmente in quiete rispetto al carrello. Ad un certo istante, qui assunto come istante  $t = 0$ , l'uomo inizia a muoversi da destra verso sinistra con velocità costante  $v' = 1$  ms<sup>-1</sup> rispetto al carrello. Calcolare nel sistema di riferimento  $Ox$  solidale al piano orizzontale:

- le velocità  $\mathbf{V}$  con cui si muove il carrello per istante  $t > 0$ ;
- la velocità  $\mathbf{v}$  con cui si muove l'uomo per  $t > 0$ ;
- lo spostamento  $\Delta \mathbf{x}$  dell'uomo lungo il piano orizzontale tra l'istante  $t = 0$  e l'istante il cui raggiunge il bordo del carrello.

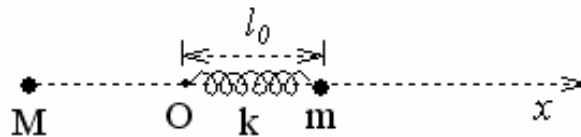
**Problema n. 5:** Un punto materiale di massa  $m = 0.4$  kg si muove di moto rettilineo uniforme su di un piano orizzontale liscio con velocità  $v_0 = 1.6$  m/s. Ad un certo istante esso inizia a salire lungo il profilo circolare di un cuneo di massa  $M = 1.2$  kg (vedi figura), appoggiato sul piano orizzontale e avente altezza  $R = 0.2$  m. Determinare nel sistema di riferimento  $Oxy$  solidale al piano orizzontale, e con l'asse  $x$  disposto parallelamente al medesimo piano orizzontale:

- l'altezza massima raggiunta dal punto materiale nel suo moto lungo il profilo circolare;
- la velocità del cuneo in tale istante;
- le velocità del cuneo e del punto materiale, dopo che quest'ultimo è ritornato sul piano orizzontale.



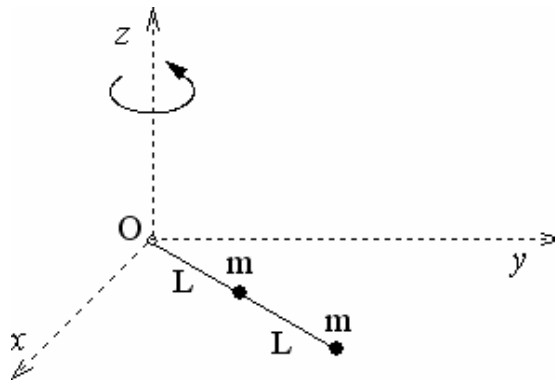
**Problema n. 6:** Un punto materiale di massa  $M = 2 \text{ kg}$  si muove di moto rettilineo uniforme su un piano orizzontale liscio, lungo un asse, qui indicato come asse  $x$ , con velocità  $v_0 = 5 \text{ ms}^{-1}$ . Sullo stesso asse  $x$  giace in quiete un secondo corpo puntiforme di massa  $m = 0.5 \text{ kg}$  che è attaccato all'estremità di una molla, disposta lungo l'asse  $x$ , di massa trascurabile e di costante elastica  $k = 57.6 \text{ N/m}$  e di lunghezza a riposo  $l_0 = 1.2 \text{ m}$ . Al tempo  $t = 0$  la particella di massa  $M$  raggiunge l'estremità libera della molla rimanendovi agganciata. Calcolare:

- la legge oraria  $x_{CM}(t)$  del centro di massa del sistema per  $t > 0$ ;
- la distanza minima tra le due particelle durante il moto successivo all'istante  $t=0$ ;
- la frequenza di oscillazione della molla.



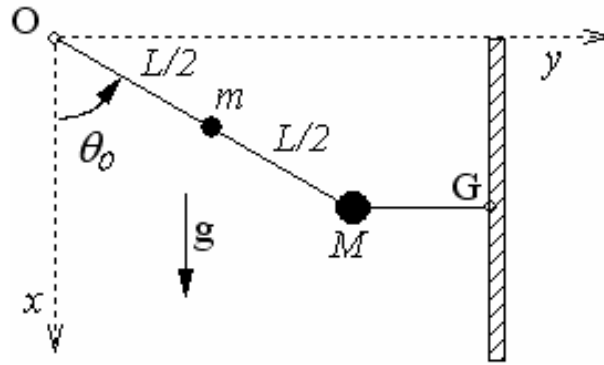
**Problema n. 7:** Due particelle puntiformi di uguale massa  $m = 1.2 \text{ kg}$ , poste entrambe su un piano orizzontale  $xy$  perfettamente liscio, sono collegate fra di esse e a un asse verticale  $z$  di rotazione passante per il punto fisso  $O$  del piano  $xy$ , per mezzo di due asticelle rigide, sottili, prive di massa e di lunghezza  $L = 0.4 \text{ m}$  ciascuna, come mostrato in figura. Il manubrio ruota intorno all'asse verticale  $z$  con velocità angolare costante  $\omega_0 = 0.5 \text{ rad/s}$   $\mathbf{k}$ . Calcolare:

- l'energia cinetica del manubrio rispetto al sistema di riferimento ancorato nel punto  $O$ ;
- il modulo della velocità  $V_{CM}$  del centro di massa del manubrio;
- l'energia cinetica interna  $E_K^{INT}$  del manubrio;
- il momento angolare totale  $\mathbf{L}_O$  del manubrio rispetto al polo  $O$ ;
- il momento angolare interno  $\mathbf{L}_{CM}^{INT}$ .



**Problema n. 8:** Un corpo puntiforme di massa  $M = 2.4 \text{ kg}$  è attaccato all'estremità di un'asta rigida, sottile, di massa trascurabile e di lunghezza  $L = 1.2 \text{ m}$ , disposta nel piano verticale e avente l'altra estremità fissata ad una cerniera liscia. Un secondo corpo puntiforme di massa  $m = M/2$  è fissato all'asta nel suo punto di mezzo. Il corpo di massa  $M$  fissato all'estremità inferiore dell'asta è tirato lateralmente da una fune fissata ad un punto  $G$  e disposta in configurazione orizzontale in modo tale che l'asta formi un angolo  $\theta = 60^\circ$  con la verticale. Calcolare:

- la tensione  $\mathbf{T}$  della fune;
- la reazione  $\mathbf{R}$  esercitata dalla cerniera sull'asta nel punto  $O$  di sospensione;
- nell'ipotesi che la corda improvvisamente si spezzi, la velocità angolare di rotazione del sistema quando l'asta raggiunge la configurazione verticale.
- la reazione  $\mathbf{R}$  sviluppata dalla cerniera quando l'asta si trova nella stessa configurazione di cui al punto c).



**Problema n. 9:** Due particelle puntiformi di massa  $m_1 = 90 \text{ g}$  e  $m_2 = 170 \text{ g}$ , rispettivamente, collegati da asta rigida di massa trascurabile e di lunghezza  $L = 0.9 \text{ m}$  sono poste in quiete su un piano orizzontale liscio. All'istante  $t=0$  al sistema viene trasmesso un impulso  $J_0 = 0.85 \text{ Kg m/s}$  tramite una forza impulsiva applicata alla particella  $m_1$  nella direzione che forma un angolo di  $30^\circ$  con l'asta. Analizzare il moto del sistema dopo l'applicazione dell'impulso e calcolare:

- la legge oraria del centro di massa del sistema;
- la velocità angolare del sistema;
- il tempo impiegato dal sistema per compiere una rotazione completa attorno al CM.
- la tensione dell'asta.

**Problema n. 10:** Due punti materiali di massa  $m_1 = 250 \text{ g}$  e  $m_2 = 45 \text{ g}$ , rispettivamente, sono collegati da asta rigida di massa trascurabile e di lunghezza  $L = 0.87 \text{ m}$ . L'asta si trova inizialmente in posizione orizzontale in quiete in un sistema di riferimento inerziale, essendo appoggiata su di un supporto verticale nel punto corrispondente al centro di massa del sistema. All'istante  $t = 0$  viene istantaneamente applicato alla massa  $m_1$  un impulso  $J_0 = 3.4 \text{ Kg m/s}$  in direzione verticale verso l'alto. Analizzare il moto del sistema dopo l'applicazione dell'impulso e, in particolare, calcolare:

- la legge oraria del centro di massa del sistema;
- la velocità angolare del sistema;
- dopo quanto tempo il sistema raggiunge la configurazione verticale.
- la tensione dell'asta.