ANALISI MATEMATICA A - Ingegneria Edile - Prof. M. Squassina

Primo Appello, Esame Scritto, 07 Luglio 2006

Tempo: 3 ore — Tema: A

Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

Esercizio 1 [Punti 8]. Si cosideri la funzione F definita da

$$F(x) = x\int_0^x e^{-y^2}dy - \int_1^x y\,e^{-y^2}dy.$$

Calcolare la derivata seconda $F''(x)$, dedurre che F è convessa e infine studiare e disegnare $F''(x)$. Provare che

$$\lim_{x\to+\infty} F(x) = +\infty.$$

Esercizio 2 [Punti 6]. Per quali $x \geq 0$ la serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty}\left[\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + e^{-nx^2}\right]$$

converge?

Esercizio 3 [Punti 4]. Si discuta al variare del parametro $\alpha \geq 0$, $\alpha \neq 1$ la convergenza del seguente integrale

$$\int_0^{+\infty}\frac{\sin(x)}{x^\alpha}dx.$$

Esercizio 4 [Punti 5]. Si calcoli il seguente integrale

$$\int_{-1}^{1} x^2\sin(\pi x)dx\,.$$

Esercizio 5 [Punti 5]. Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^{2\alpha}}{\arctan(x)}, & \text{se } x \neq 0, \\ 0, & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

1. Dire per quali $\alpha \geq 0$ la funzione è continua.
2. Dire per quali $\alpha \geq 0$ la funzione è derivabile.

Esercizio 6 [Punti 7]. Si enunci e dimostri il teorema di esistenza degli zeri.

ANALISI MATEMATICA A - Ingegneria Edile - Prof. M. Squassina

Primo Appello, Esame Scritto, 07 Luglio 2006

Tempo: 3 ore — Tema: B

Cognome:	Nome:	Matricola:

Esercizio 1 [Punti 8]. Si cosideri la funzione F definita da

$$F(x) = x \int_0^x e^{-y^3} dy - \int_1^x y\, e^{-y^3} dy.$$

Calcolare la derivata seconda $F''(x)$, dedurre che F è convessa e infine studiare e disegnare $F''(x)$. Provare che

$$\lim_{x \to +\infty} F(x) = +\infty.$$

Esercizio 2 [Punti 6]. Per quali $x \geq 0$ la serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \left[\frac{x^{4n+1}}{(2n+1)!} + e^{-n\sqrt{x}} \right]$$

converge?

Esercizio 3 [Punti 4]. Si discuta al variare del parametro $\beta \geq 0$, $\beta \neq 1$ la convergenza del seguente integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{\cos(x) - 1}{x^\beta} dx.$$

Esercizio 4 [Punti 5]. Si calcoli il seguente integrale

$$\int_{-1}^{1} x^2 \sin(2\pi x) dx\, .$$

Esercizio 5 [Punti 5]. Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^\beta}{\arctan(x^2)}, & \text{se } x \neq 0, \\ 0, & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

1. Dire per quali $\beta \geq 0$ la funzione è continua.
2. Dire per quali $\beta \geq 0$ la funzione è derivabile.

Esercizio 6 [Punti 7]. Si enunci e dimostri il teorema di esistenza degli zeri.

ANALISI MATEMATICA A - Ingegneria Edile - Prof. M. Squassina

Primo Appello, Esame Scritto, 07 Luglio 2006

Tempo: 3 ore — Tema: C

Cognome:	Nome:	Matricola:

Esercizio 1 [Punti 8]. Si cosideri la funzione F definita da

$$F(x) = \int_0^x y\, e^{-y^2} dy - x \int_0^x e^{-y^2} dy.$$

Calcolare la derivata seconda $F''(x)$, dedurre che F è concava e infine studiare e disegnare $F''(x)$. Provare che

$$\lim_{x \to +\infty} F(x) = -\infty.$$

Esercizio 2 [Punti 6]. Per quali $x \geq 0$ la serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \left[\frac{x^n}{(2n+1)!} + e^{-2nx^2} \right]$$

converge?

Esercizio 3 [Punti 4]. Si discuta al variare del parametro $\gamma \geq 0$, $\gamma \neq 1$ la convergenza del seguente integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin(y^2)}{y^\gamma} dy.$$

Esercizio 4 [Punti 5]. Si calcoli il seguente integrale

$$\int_{-\pi}^{\pi} x^2 \sin(x) dx \,.$$

Esercizio 5 [Punti 5]. Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^\gamma}{\arctan(x)}, & \text{se } x \neq 0, \\ 0, & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

1. Dire per quali $\gamma \geq 0$ la funzione è continua.
2. Dire per quali $\gamma \geq 0$ la funzione è derivabile.

Esercizio 6 [Punti 7]. Si enunci e dimostri il teorema di esistenza degli zeri.