

## Dinamica del punto materiale in SRNI (Sistemi di riferimento non-inerziali).

**Problema n. 1 :** Un blocco di massa  $m_2$  si trova in quiete sopra un blocco di massa  $m_1$  a sua volta appoggiato su un piano orizzontale liscio. A tempo  $t = 0$ , una forza  $F$ , avente di direzione parallela al piano orizzontale, viene applicata al blocco  $m_1$ . Come conseguenza dell'applicazione della forza  $F$  il blocco  $m_1$  acquista un'accelerazione  $a_1 = 3 \text{ m/s}^2$  verso destra e il blocco  $m_2$ , osservato nel sistema di riferimento solidale con  $m_1$ , accelera (verso sinistra) con accelerazione  $a_2' = 1 \text{ ms}^{-2}$ . Determinare:

- la forza d'attrito che si esercita tra  $m_1$  e  $m_2$ ;
- quanto vale il modulo di  $F$ .

**Problema n. 2:** Un piano inclinato di un angolo  $\alpha = 30^\circ$  rispetto all'orizzontale è solidale ad un carrello in moto rettilineo lungo il piano orizzontale con accelerazione costante  $a_T = 2 \text{ ms}^{-2}$ . Un corpo puntiforme, di massa  $m = 5 \text{ kg}$ , inizialmente fermo rispetto al carrello ed appoggiato sul piano inclinato ad un'altezza  $H = 0.3 \text{ m}$  dalla base di esso viene lasciato libero di scivolare lungo il piano. Trascurando gli attriti, si calcoli:

- la reazione vincolare esercitata dal piano inclinato sul corpo;
- il tempo impiegato dal corpo a raggiungere la base del piano inclinato;
- il modulo della velocità (relativa al carrello) al termine della discesa;
- il modulo della velocità assoluta al termine della discesa.

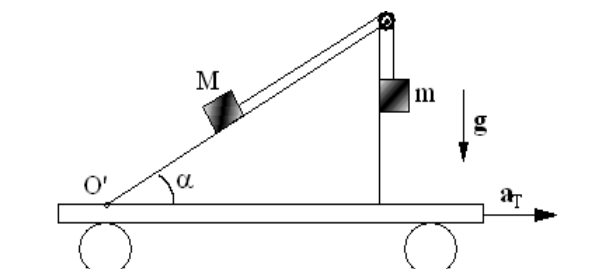
**Problema n. 3:** Una cassa, assimilabile ad un corpo puntiforme, di massa  $m = 25 \text{ kg}$  è appoggiata ad un piano inclinato di un angolo  $\alpha = 30^\circ$  rispetto all'orizzontale. Il piano è perfettamente liscio e solidale a un ascensore in moto verso il basso con accelerazione  $a_T$ . Calcolare:

- il valore di  $a_T$  affinché la cassa resti in quiete sul piano inclinato;
- il valore della reazione vincolare del piano inclinato sulla cassa nelle condizioni di cui al punto (a);
- quanto valgono i moduli dell'accelerazione relativa e assoluta della cassa, se  $a_T = 3 \text{ ms}^{-2}$ ;
- la reazione vincolare esercitata dal piano sulla cassa nelle condizioni di cui al punto (c).

**Problema n. 4:** Un blocco di massa  $M = 5 \text{ kg}$ , assimilabile ad un punto materiale, si trova su di un cuneo inclinato di un angolo  $\alpha = 30^\circ$  rispetto al piano orizzontale, ed è collegato ad un altro blocco di massa  $m$ , pure assimilabile ad un punto materiale, tramite un filo inestensibile, di massa trascurabile che può scorrere, senza incontrare attrito alcuno, nella gola di una carrucola anch'essa di massa trascurabile. Tra la superficie inclinata del cuneo e la massa  $M$  si esercita un attrito statico di coefficiente  $\mu_s = 0.3$ , mentre il coefficiente di attrito dinamico è  $\mu_d = 0.1$ . Il blocco di massa  $m$  è a contatto con la parete verticale del cuneo, che invece non oppone alcun attrito. Sapendo che inizialmente i due blocchi sono fermi, determinare:

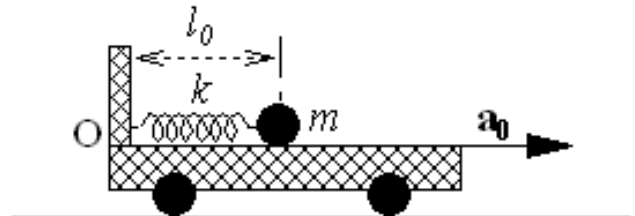
- il diagramma delle forze agenti sui due blocchi;
- l'intervallo dei valori di  $m$  per i quali la condizione di quiete del sistema è soddisfatta. Supponendo che il cuneo venga messo in moto con accelerazione costante  $a_T = 4 \text{ ms}^{-2}$  lungo il piano orizzontale come indicato in figura, determinare:
- il diagramma di tutte le forze (vere e apparenti) agenti sui due blocchi;
- in modulo dell'accelerazione comune dei due blocchi in un sistema di riferimento solidale al cuneo, assumendo che la massa  $m$  assuma il valore medio fra quelli estremi determinati al punto b);
- la tensione della fune nelle condizioni di cui al punto d);

- la reazione vincolare della parete verticale del cuneo sul blocco  $m$ .



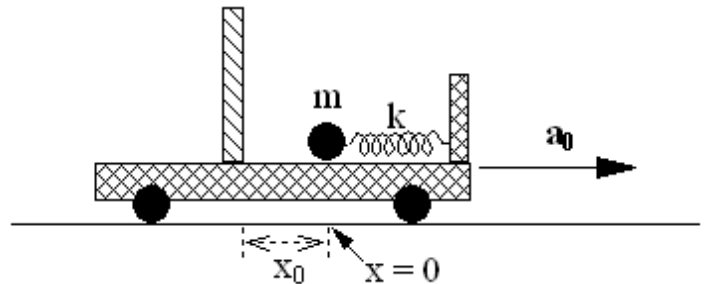
**Problema n. 5:** Un corpo puntiforme di massa  $m = 3 \text{ kg}$  si trova in equilibrio statico sul pianale liscio di un carrello, in quiete sul piano orizzontale, ed è attaccato all'estremità di una molla ideale avente costante elastica  $k = 48 \text{ N/m}$  e lunghezza a riposo  $l_0 = 0.6 \text{ m}$ . La molla è in configurazione orizzontale ed ha l'altra estremità fissata ad un gancio  $O$  solidale al carrello, come indicato in figura. All'istante  $t = 0$  il carrello viene messo in moto sul piano orizzontale verso destra con accelerazione costante  $a_0 = 2.4 \text{ ms}^{-2}$ . Trascurando tutti i possibili attriti, determinare nel sistema di riferimento  $Ox'$  solidale al carrello:

- l'equazione del moto del corpo per  $t > 0$ ;
- la posizione di equilibrio del corpo per  $t > 0$ ;
- la legge oraria del moto del corpo considerando le condizioni all'istante  $t = 0$ ;
- la reazione  $\mathbf{R}(t)$  esercitata da perno  $O$  durante il moto del corpo.



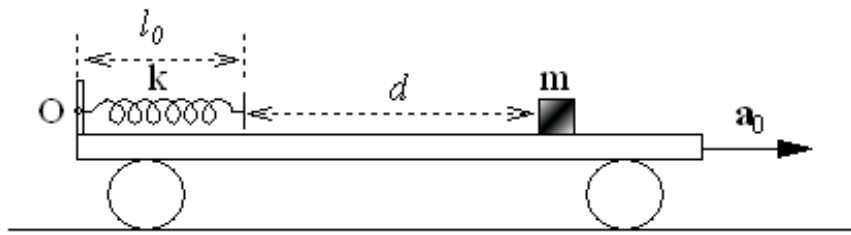
**Problema n. 6:** Una particella materiale di massa  $m = 0.1 \text{ kg}$  è attaccata all'estremità di una molla di costante elastica  $k = 10 \text{ N/m}$ . Massa e molla sono montate in modo da potersi muovere orizzontalmente sul piano liscio di un carrello che si può muovere anch'esso solo orizzontalmente. Al tempo  $t < 0$  la particella è in quiete rispetto al carrello, pure in quiete sul piano orizzontale, nella posizione  $x = 0$ , in corrispondenza della quale la molla disposta lungo l'asse  $x$ , non è deformata e dunque non esercita alcuna forza. Nella posizione  $x = x_0 = -5 \text{ cm}$  si trova una parete verticale fissata al carrello. Al tempo  $t = 0$  il carrello viene messo in movimento con accelerazione costante  $a = a_0 \mathbf{i}$  e  $a_0 = 8 \text{ ms}^{-2}$ . Determinare nel sistema di riferimento  $Ox$  solidale al carrello:

- l'equazione del moto della particella di massa  $m$  per  $t > 0$ ; [ $m\ddot{x} = -kx - ma_0$ ]
- la sua legge oraria; [ $x(t) = (a_0/\omega^2)(\cos \omega t - 1)$ ]
- dopo quanto tempo la particella tocca la parete verticale; [ $t_p = 0.12 \text{ s}$ ]
- la componente  $v_x$  della velocità lungo l'asse  $x$  al momento dell'impatto con la parete. [ $v_x = -0.74 \text{ ms}^{-1}$ ]



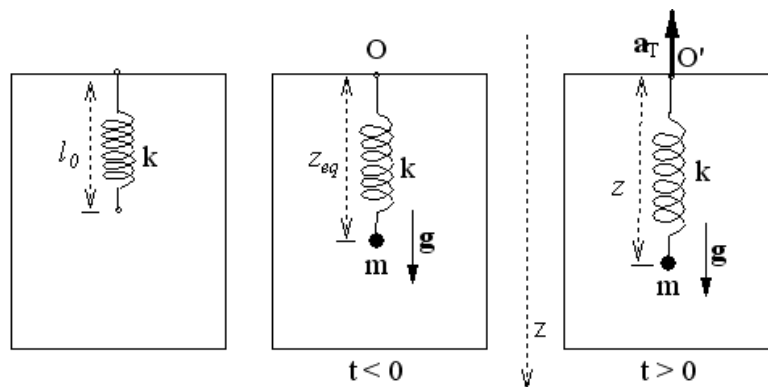
**Problema n. 7:** Un blocco assimilabile a un corpo puntiforme di massa  $m = 5 \text{ kg}$  si trova in equilibrio statico sul pianale liscio di un carrello ad una distanza  $d = 1.6 \text{ m}$  dall'estremità libera di una molla ideale, disposta in configurazione orizzontale e avente l'altra estremità vincolata al punto  $O$  solidale al carrello. Il carrello è a sua volta in quiete sul piano orizzontale e la molla ha costante elastica  $k = 180 \text{ Nm}^{-1}$  e lunghezza a riposo  $l_0 = 0.6 \text{ m}$ . Ad un certo istante il carrello viene messo in moto sul piano orizzontale verso destra con accelerazione di modulo costante  $a_0 = 1.8 \text{ ms}^{-2}$ . Assumendo come istante  $0$  quello di impatto fra il blocco e l'estremità libera della molla, determinare nel sistema di riferimento  $Ox$  solidale al carrello:

- la velocità di impatto del corpo contro l'estremità libera della molla;
- l'equazione del moto del corpo per  $t > 0$ , nell'ipotesi che dopo l'urto il blocco rimanga attaccato alla molla;
- la posizione di equilibrio del corpo per  $t > 0$ ;
- la legge oraria del moto del corpo, considerando posizione e velocità all'istante  $t = 0$ ;
- la reazione  $\mathbf{R}(t)$  esercitata dal vincolo in  $O$  per  $t > 0$ .



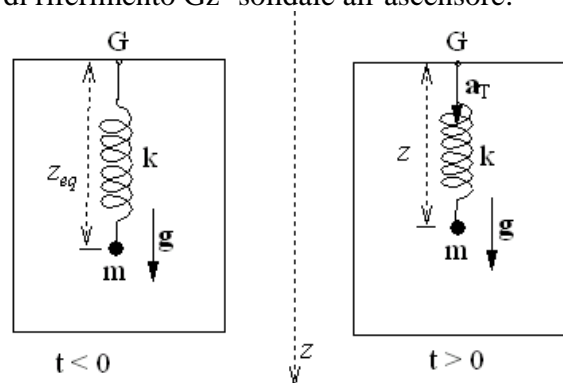
**Problema n. 7:** Un corpo puntiforme di massa  $m = 2 \text{ kg}$  pende verticalmente essendo attaccato all'estremità inferiore di una molla di costante elastica  $k = 98 \text{ Nm}^{-1}$  e lunghezza a riposo  $l_0 = 0.4 \text{ m}$ , disposta verticalmente e avente l'estremità superiore vincolata ad un punti fisso O, del soffitto della cabina di un ascensore. Inizialmente l'ascensore è in quiete e il corpo si trova in posizione di equilibrio statico. All'istante  $t = 0$  l'ascensore inizia a muoversi di moto rettilineo uniformemente accelerato in direzione verticale verso l'alto con accelerazione  $a_T = 2.45 \text{ ms}^{-2}$ . Calcolare in un sistema di riferimento  $O'z$  solidale all'ascensore:

- l'allungamento iniziale della molla;
- l'equazione del moto del corpo per  $t > 0$ ;
- la posizione di equilibrio del corpo per  $t > 0$ ;
- la legge oraria del moto del corpo tenendo conto delle condizioni al tempo  $t = 0$ .



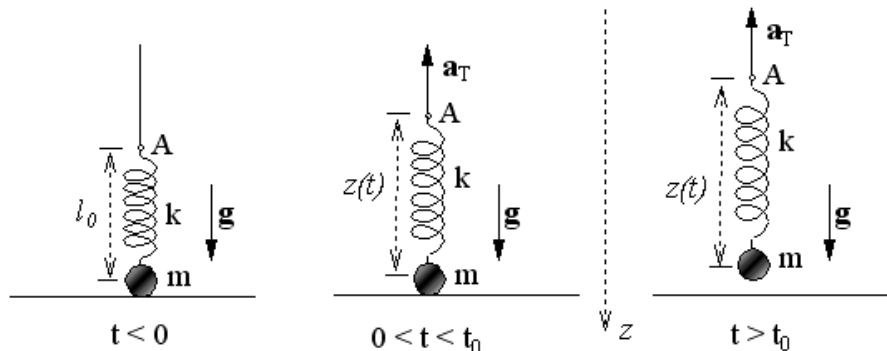
**Problema n. 8:** Un corpo puntiforme di massa  $m = 3.6$  pende verticalmente essendo attaccato all'estremità inferiore di una molla di costante elastica  $k = 196 \text{ N/m}$  e lunghezza a riposo  $l_0 = 0.6 \text{ m}$ , disposta verticalmente e avente l'estremità superiore vincolata ad un gancio fisso G, del soffitto della cabina di un ascensore. Inizialmente l'ascensore è in quiete e il corpo si trova in condizioni di equilibrio statico. All'istante  $t = 0$  l'ascensore viene messo in moto verso il basso con accelerazione costante di modulo  $a_T = 3 \text{ ms}^{-2}$ . Calcolare in un sistema di riferimento  $Gz'$  solidale all'ascensore:

- l'allungamento  $\Delta z_{eq}$  iniziale della molla;
- l'equazione del moto del corpo per  $t > 0$ ;
- la legge oraria del moto del corpo tenendo conto delle condizioni al tempo  $t = 0$ ;
- la nuova posizione di equilibrio del corpo per  $t > 0$ ;
- la distanza minima dal gancio G raggiunta dal corpo durante il suo moto.



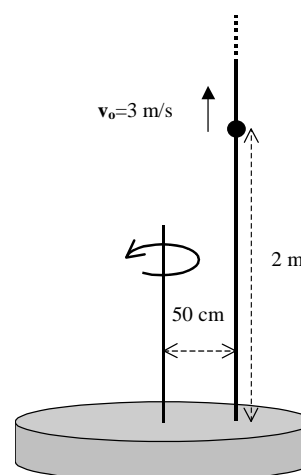
**Problema n. 9:** Un corpo puntiforme di massa  $m = 1 \text{ kg}$  è attaccato ad un'estremità di una molla di massa trascurabile e di costante elastica  $k = 100 \text{ Nm}^{-1}$ . L'altra estremità della molla è attaccata ad un aggancio A che può scorrere senza attrito alcuno lungo una guida verticale. Inizialmente la massa  $m$  è in quiete essendo appoggiata al piano orizzontale, e la molla, disposta con l'asse di simmetria principale lungo la direzione verticale, non è deformata. All'istante  $t = 0$  l'aggancio A viene messo in moto rettilineo verso l'alto con un'accelerazione costante di modulo  $a_T = 19.6 \text{ ms}^{-2}$ . Determinare:

- il diagramma delle forze agenti sul corpo puntiforme nelle condizioni iniziali ( $t < 0$ );
- il diagramma delle forze agenti sul corpo puntiforme nell'intervallo di tempo  $0 < t < t_0$ , essendo  $t_0$  l'istante in cui la massa si stacca dal piano orizzontale;
- l'istante  $t_0$  in corrispondenza al quale la massa abbandona il piano orizzontale di appoggio;
- il diagramma delle forze (vere e apparenti) agenti sul corpo di massa  $m$  per  $t > t_0$ ;
- l'equazione del moto del corpo di massa  $m$  nel sistema di riferimento solidale all'aggancio A per  $t \geq t_0$ ;
- la legge oraria del moto della massa  $m$  in tale sistema di riferimento per  $t \geq t_0$ ;
- la legge oraria della massa  $m$  nel sistema di riferimento solidale al piano orizzontale per  $t \geq t_0$ .



**Problema n. 10:** Una particella materiale di massa  $m=0.1\text{kg}$  è vincolata a scorrere su un'asta verticale. Fra la particella e l'asta vi è un attrito caratterizzato da un coefficiente di attrito statico  $\mu_s=0.5$  e da un coefficiente di attrito cinematico radente  $\mu_a=0.2$ . L'asta è solidale ad una piattaforma girevole ed è posta a  $R=50\text{cm}$  dall'asse di rotazione di questa. La piattaforma ruota con velocità angolare  $\omega=\text{costante}$  mentre il laboratorio si considera, invece, inerziale.

- Quali sono le forze reali cui è soggetta la particella se essa è ferma rispetto all'asta?
- E quando essa è invece in moto lungo l'asta?
- Quali sono le forze che agiscono sulla particella nel sistema di riferimento in cui l'asta e la piattaforma appaiono in quiete?
- Qual è il valore minimo di  $\omega$  per il quale la particella, se posta in quiete rispetto all'asta, vi rimane indefinitamente?
- Quando  $\omega$  ha il valore di cui al punto d), quali sono i valori numerici delle componenti della reazione vincolare?



- Nel sistema di riferimento in cui l'asta e la piattaforma appaiono in quiete, si calcoli la legge oraria della particella (vale a dire le sue coordinate in funzione del tempo) se:  $\omega = 8 \text{ rad/s}$ ; la particella al tempo  $t = 0$  si trova a 2 m di altezza dal fondo dell'asta; essa possiede una velocità che, nel sistema di riferimento solidale all'asta, è diretta verso l'alto e vale 3 m/s.
- Si esprima la soluzione della domanda f) nel sistema di riferimento del laboratorio.