

Prova scritta di Probabilità e Statistica – traccia A

17 Luglio 2015

Saranno valutate solo le risposte con la giustificazione del risultato.

Esercizio 1. Mentre guarda la finale di Champions League in un pub, Tizio osserva che alcune persone sono tifose del Barcellona, in quanto indossano magliette o sciarpette con i colori della squadra catalana.

Supponendo che

- la probabilità che una persona, scelta a caso, sia barcellonese (ossia, nata a Barcellona) è $\frac{1}{20}$;
- la probabilità che un barcellonese sia tifoso del Barcellona è $\frac{7}{10}$;
- la probabilità che un non barcellonese sia tifoso del Barcellona è $\frac{1}{10}$;

determinare la probabilità che uno dei tifosi visti da Tizio nel pub con la maglietta del Barcellona sia effettivamente barcellonese.

Esercizio 2. Il gruppo dei rappresentanti degli studenti dell'Università è costituito da 3 studenti di Informatica, 4 di Economia, 4 di Medicina e 3 di Giurisprudenza.

Occorre formare una Commissione di 4 persone che incontri il Rettore, per discutere di alcune problematiche. Determinare la probabilità che in Commissione ci siano

- uno studente di Informatica, uno di Economia, uno di Medicina ed uno di Giurisprudenza;

- due studenti di Economia e due di Medicina;
- solo studenti di Economia o solo studenti di Medicina.

Esercizio 3. Sia data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x, & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ x - 1, & \text{se } 1 \leq x \leq a \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- Determinare la costante a che rende $f(x)$ una densità di probabilità di una v.a. X .
- Calcolare il valore atteso della v.a. X .

Esercizio 4. Dare la definizione di *indice di posizione*, elencare almeno due esempi e descriverne le principali proprietà.

Prova scritta di Probabilità e Statistica – traccia B

17 Luglio 2015

Saranno valutate solo le risposte con la giustificazione del risultato.

Esercizio 1. Mentre guarda la finale di Europa League in un pub, Tizio osserva che alcune persone sono tifose del Dnipro, in quanto indossano magliette o sciarpette con i colori della squadra ucraina.

Supponendo che

- la probabilità che una persona, scelta a caso, sia ucraina è $\frac{7}{10}$;
- la probabilità che un ucraino sia tifoso del Dnipro è $\frac{3}{7}$;
- la probabilità che un non ucraino sia tifoso del Dnipro è $\frac{5}{7}$;

determinare la probabilità che uno dei tifosi visti da Tizio nel pub con la maglietta del Dnipro sia effettivamente ucraino.

Esercizio 2. Il gruppo dei rappresentanti degli studenti dell'Università è costituito da 3 studenti di Informatica, 4 di Economia, 4 di Medicina e 3 di Giurisprudenza.

Occorre formare una Commissione di 5 persone che incontri il Rettore, per discutere di alcune problematiche. Determinare la probabilità che in Commissione ci siano

- due studenti di Informatica, uno di Economia, uno di Medicina ed uno di Giurisprudenza;
- tre studenti di Economia e due di Informatica;
- uno studente di Informatica, due di Economia e due di Medicina.

Esercizio 3. Sia data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} Kx, & \text{se } -1 \leq x < 0 \\ -Kx, & \text{se } 0 \leq x < 3 \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- Determinare la costante K che rende $f(x)$ una densità di probabilità di una v.a. X .
- Calcolare la funzione di ripartizione della v.a. X nell'intervallo $-1 \leq x < 0$.

Esercizio 4. Dare la definizione di *indice di forma* e descriverne le principali proprietà.

Prova scritta di Probabilità e Statistica – traccia C

17 Luglio 2015

Saranno valutate solo le risposte con la giustificazione del risultato.

Esercizio 1. Mentre guarda la finale di Champions League in un pub, Tizio osserva che alcune persone sono tifose della Juventus, in quanto indossano magliette o sciarpette con i colori della squadra torinese.

Supponendo che

- la probabilità che una persona, scelta a caso, sia nata a Torino è $\frac{1}{10}$;
- la probabilità che un torinese sia tifoso della Juventus è $\frac{9}{15}$;
- la probabilità che un non torinese sia tifoso della Juventus è $\frac{4}{15}$;

determinare la probabilità che uno dei tifosi visti da Tizio nel pub con la maglietta della Juventus sia effettivamente torinese.

Esercizio 2. Il gruppo dei rappresentanti degli studenti dell'Università è costituito da 5 studenti di Informatica, 2 di Economia, 4 di Medicina e 4 di Giurisprudenza.

Occorre formare una Commissione di 6 persone che incontri il Rettore, per discutere di alcune problematiche. Determinare la probabilità che in Commissione ci siano

- uno studente di Informatica, uno di Economia, due di Medicina e due di Giurisprudenza;
- tre studenti di Giurisprudenza e tre di Medicina;

- due di Giurisprudenza e quattro di Informatica.

Esercizio 3. Sia data la funzione

$$p(x) = \begin{cases} \frac{K}{3}, & \text{se } x = 1, 2, 3 \\ K, & \text{se } 0 \leq x = 4 \\ \frac{K}{3}, & \text{se } x = 5, 6, 7 \end{cases}$$

- Determinare la costante K che rende $f(x)$ una funzione di probabilità di una v.a. X discreta.
- Calcolare il valore atteso della v.a. X ed il suo momento secondo.

Esercizio 4. Dire brevemente in cosa consiste la stima puntuale e descrivere nel dettaglio le proprietà degli stimatori.

Prova scritta di Probabilità e Statistica – traccia D

17 Luglio 2015

Saranno valutate solo le risposte con la giustificazione del risultato.

Esercizio 1. Mentre guarda la finale di Europa League in un pub, Tizio osserva che alcune persone sono tifose del Siviglia, in quanto indossano magliette o sciarpette con i colori della squadra andalusa.

Supponendo che

- la probabilità che una persona, scelta a caso, sia andalusa è $\frac{5}{8}$;
- la probabilità che un andaluso sia tifoso del Siviglia è $\frac{7}{10}$;
- la probabilità che un non andaluso sia tifoso del Siviglia è $\frac{3}{10}$;

determinare la probabilità che uno dei tifosi visti da Tizio nel pub con la maglietta del Siviglia sia effettivamente andaluso.

Esercizio 2. Il gruppo dei rappresentanti degli studenti dell'Università è costituito da 5 studenti di Informatica, 2 di Economia, 3 di Medicina e 5 di Giurisprudenza.

Occorre formare una Commissione di 5 persone che incontri il Rettore, per discutere di alcune problematiche. Determinare la probabilità che in Commissione ci siano

- uno studente di Informatica, uno di Economia, uno di Medicina e due di Giurisprudenza;
- tre studenti di Informatica e due di Medicina;
- solo studenti di Giurisprudenza o solo studenti di Informatica.

Esercizio 3. Sia data la funzione

$$p(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{K}, & \text{se } x = 1, 2, 3 \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- Determinare la costante K che rende $f(x)$ una funzione di probabilità di una v.a. X discreta.
- Calcolare il valore atteso e la varianza della v.a. X .

Esercizio 4. Descrivere le caratteristiche di una v.a. gaussiana standard.

Prova scritta di Probabilità e Statistica – traccia E

17 Luglio 2015

Saranno valutate solo le risposte con la giustificazione del risultato.

Esercizio 1. In un palazzo in centro città vivono diverse persone. In particolare, ci sono:

- tre famiglie formate da un genitore single ed un figlio unico;
- tre famiglie costituite da un genitore single e due figli;
- cinque famiglie con due genitori ed un figlio unico;
- sette famiglie con due genitori e due figli;
- sei famiglie formate da due genitori e tre figli.

In quanti modi possiamo scegliere un genitore ed un figlio, provenienti dallo stesso nucleo familiare?

Esercizio 2. Sempronio lavora in una filiale di banca che si trova in centro città, ma vive con la sua famiglia in un paesino poco distante. Per recarsi al lavoro, utilizza l'autobus il 65% delle volte, la propria auto il 20% delle volte ed il treno negli altri casi.

Sempronio arriva puntuale a lavoro con probabilità 35% quando si serve dell'autobus, con probabilità 75% quando guida la propria auto e con probabilità 55% quando prende il treno.

- Calcolare la probabilità che Sempronio arrivi puntuale in banca.
- Calcolare la probabilità che Sempronio non abbia usato la propria auto, sapendo che è arrivato in orario sul posto di lavoro. Quale formula si usa?

Esercizio 3. sia $\{X_1, \dots, X_n\}$ un campione casuale semplice estratto da una popolazione bernoulliana di parametro $p \in (0, 1)$ e sia

$$T(X_1, X_2, X_3) = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{5}$$

uno stimatore del parametro p .

Determinare se lo stimatore T è corretto e calcolare l'errore quadratico medio.

Esercizio 4. Enunciare (facoltativo: dimostrare) la *disuguaglianza di Markov*. A cosa serve tale strumento matematico?

Prova scritta di Probabilità e Statistica – traccia F

17 Luglio 2015

Saranno valutate solo le risposte con la giustificazione del risultato.

Esercizio 1. In un palazzo in centro città vivono diverse persone. In particolare, ci sono:

- due famiglie formate da un genitore single ed un figlio unico;
- due famiglie costituite da un genitore single e due figli;
- tre famiglie con due genitori ed un figlio unico;
- cinque famiglie con due genitori e due figli;
- cinque famiglie formate da due genitori e tre figli.

In quanti modi possiamo scegliere un genitore ed un figlio, provenienti dallo stesso nucleo familiare?

Esercizio 2. Sempronio lavora in una filiale di banca che si trova in centro città, ma vive con la sua famiglia in un paesino poco distante. Per recarsi al lavoro, utilizza l'autobus il 15% delle volte, la propria auto il 20% delle volte ed il treno negli altri casi.

Sempronio arriva puntuale a lavoro con probabilità 35% quando si serve dell'autobus, con probabilità 55% quando guida la propria auto e con probabilità 80% quando prende il treno.

- Calcolare la probabilità che Sempronio arrivi puntuale in banca. Quale formula si usa?

- Calcolare la probabilità che Sempronio non abbia usato la propria auto, sapendo che è arrivato in orario sul posto di lavoro. Quale formula si usa?

Esercizio 3. sia $\{X_1, \dots, X_n\}$ un campione casuale semplice estratto da una popolazione bernoulliana di parametro $p \in (0, 1)$ e sia

$$T(X_1, X_2, X_3) = \frac{X_1 + 2X_2 - 3X_3}{5}$$

uno stimatore del parametro p .

Determinare se lo stimatore T è corretto e calcolare l'errore quadratico medio.

Esercizio 4. Enunciare (facoltativo: dimostrare) la *disuguaglianza di Chebyshev*. A cosa serve tale strumento matematico?

Prova scritta di Probabilità e Statistica – traccia G

17 Luglio 2015

Saranno valutate solo le risposte con la giustificazione del risultato.

Esercizio 1. In un palazzo in centro città vivono diverse persone. In particolare, ci sono:

- tre famiglie formate da un genitore single ed un figlio unico;
- una famiglia costituita da un genitore single e due figli;
- tre famiglie con due genitori ed un figlio unico;
- cinque famiglie con due genitori e due figli;
- quattro famiglie formate da due genitori e tre figli.

In quanti modi possiamo scegliere un genitore ed un figlio, provenienti dallo stesso nucleo familiare?

Esercizio 2. Sempronio lavora in una filiale di banca che si trova in centro città, ma vive con la sua famiglia in un paesino poco distante. Per recarsi al lavoro, utilizza l'autobus il 25% delle volte, la propria auto il 30% delle volte ed il treno negli altri casi.

Sempronio arriva puntuale a lavoro con probabilità 15% quando si serve dell'autobus, con probabilità 35% quando guida la propria auto e con probabilità 65% quando prende il treno.

- Calcolare la probabilità che Sempronio arrivi puntuale in banca. Quale formula si usa?

- Calcolare la probabilità che Sempronio non abbia usato la propria auto, sapendo che è arrivato in orario sul posto di lavoro. Quale formula si usa?

Esercizio 3. sia $\{X_1, \dots, X_n\}$ un campione casuale semplice estratto da una popolazione bernoulliana di parametro $p \in (0, 1)$ e sia

$$T(X_1, X_2, X_3, X_4) = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4}{5}$$

uno stimatore del parametro p .

Determinare se lo stimatore T è corretto e calcolare l'errore quadratico medio.

Esercizio 4. Enunciare (facoltativo: dimostrare) la *Legge dei Grandi Numeri*. A cosa serve tale strumento matematico?

Prova scritta di Probabilità e Statistica – traccia H

17 Luglio 2015

Saranno valutate solo le risposte con la giustificazione del risultato.

Esercizio 1. In un palazzo in centro città vivono diverse persone. In particolare, ci sono:

- tre famiglie formate da un genitore single ed un figlio unico;
- due famiglie costituite da un genitore single e due figli;
- tre famiglie con due genitori ed un figlio unico;
- sei famiglie con due genitori e due figli;
- due famiglie formate da due genitori e tre figli.

In quanti modi possiamo scegliere un genitore ed un figlio, provenienti dallo stesso nucleo familiare?

Esercizio 2. Sempronio lavora in una filiale di banca che si trova in centro città, ma vive con la sua famiglia in un paesino poco distante. Per recarsi al lavoro, utilizza l'autobus il 30% delle volte, la propria auto il 15% delle volte ed il treno negli altri casi.

Sempronio arriva puntuale a lavoro con probabilità 45% quando si serve dell'autobus, con probabilità 65% quando guida la propria auto e con probabilità 70% quando prende il treno.

- Calcolare la probabilità che Sempronio arrivi puntuale in banca. Quale formula si usa?

- Calcolare la probabilità che Sempronio non abbia usato la propria auto, sapendo che è arrivato in orario sul posto di lavoro. Quale formula si usa?

Esercizio 3. sia $\{X_1, \dots, X_n\}$ un campione casuale semplice estratto da una popolazione bernoulliana di parametro $p \in (0, 1)$ e sia

$$T(X_1, X_2, X_3, X_4) = \frac{2X_1 + 2X_2 + X_3 + X_4}{5}$$

uno stimatore del parametro p .

Determinare se lo stimatore T è corretto e calcolare l'errore quadratico medio.

Esercizio 4. Enunciare (facoltativo: dimostrare) la *formula di Bayes*. A cosa serve tale strumento matematico?