

Esercizi di ricapitolazione di Statistica Inferenziale

a.a. 2014/2015 C.d.L. Informatica –
Bioinformatica
I. Oliva

1. Un team di ricercatori vuole stimare il livello di colesterolo dei pazienti di vari reparti di un ospedale mediante un intervallo di confidenza al 95%. La distribuzione del colesterolo si suppone approssimativamente normale, con varianza nota, ricavata da studi precedenti. Il team esamina un campione di 100 pazienti.
 - (a) Se il team avesse scelto un livello di confidenza del 99%, quale numerosità campionaria gli avrebbe dato lo stesso margine d'errore (stessa ampiezza)?
 - (b) Se la varianza fosse stata la metà, quale numerosità campionaria avrebbe dato lo stesso margine di errore, mantenendo un livello di confidenza del 95%?

2. È stata commissionata un'indagine per analizzare natura e costi legati all'introduzione di una nuova tratta ferroviaria. Dall'indagine condotta su un campione di 120 pendolari è emerso che il 40% utilizza tale servizio e la spesa media ammonta a 15 euro ogni due settimane. Si suppone che la spesa in questione possa essere descritta attraverso una variabile casuale normale con deviazione standard nota pari a 5 euro.
 - (a) Calcolare un intervallo di confidenza al 95% per la spesa media bisettimanale.

- (b) Costruire un intervallo di confidenza al 99% per la proporzione di non pendolari.
 - (c) Testare al livello di significatività 2% l'ipotesi che la proporzione di pendolari sia il 55%, contro l'alternativa che sia superiore.
 - (d) Alla luce del risultato del punto precedente), il livello di significatività osservato del test è superiore al 2%, inferiore all'1% o compreso tra 1% e 2%? Giustificare la risposta.
3. Sia $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ un campione casuale di ampiezza n , estratto da una popolazione con densità di probabilità

$$f(x, \theta) = \begin{cases} 5^{-\theta} \theta x^{\theta-1}, & \text{se } 0 < x < 5 \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases}$$

con $\theta > 0$. Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza per il parametro θ .

4. Sia θ la popolazione ignota di palline bianche contenute in un'urna. Si estraggono con rimessa 2 palline e si propongono i seguenti stimatori per θ :

$$T_1 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2; \quad T_2 = \frac{3}{4}X_1 + \frac{1}{4}X_2; \quad T_3 = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{2}X_2$$

dove X_i , $i = 1, 2$ è la variabile aleatoria che assume valore 1 se viene estratta pallina bianca e 0 altrimenti.

- (a) Determinare quali, tra gli stimatori introdotti, risultano essere corretti.
 - (b) Tra gli stimatori non distorti, individuare lo stimatore più efficiente.
5. Siano X_1, X_2, X_3 tre v.a. indipendenti, estratte da una popolazione normale di media μ e varianza σ^2 e sia $T = X_1^2 - X_1X_2X_3$ uno stimatore della varianza.

Determinare se lo stimatore T è corretto. Nel caso che non lo sia, calcolare la sua distorsione.

6. Data una popolazione con media μ e varianza σ^2 , si consideri il seguente stimatore della media

$$T = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{4}X_2 + aX_3 .$$

Per quali valori di a lo stimatore risulta corretto e calcolarne la varianza? Determinare la stima del parametro nel caso di un c.c.s. $\{x_1 = 4, x_2 = 2, x_3 = 6\}$.

7. Il produttore esecutivo di una rete televisiva vuole testare il gradimento di un nuovo format TV per ragazzi, da inserire nel palinsesto televisivo della prossima stagione. Scelto un campione di 225 giovani tra i 16 ed i 25 anni, risulta che 90 intervistati gradiscono il nuovo prodotto.
- (a) Determinare una stima puntuale per la proporzione di pubblico che gradisce il nuovo format e definire le proprietà dello stimatore usato.
 - (b) Verificare l'ipotesi del direttore di rete, secondo cui il 30% dei giovani gradirà il nuovo programma, contro l'ipotesi del produttore che ritiene tale percentuale maggiore.
 - (c) Costruire un intervallo di confidenza al 95% per la proporzione di pubblico che gradisce il nuovo format.
8. Sia $\{X_1, \dots, X_n\}$ un campione casuale di variabili aleatorie normali, con media μ incognita e varianza $\sigma^2 = 1$. Determinare lo stimatore di μ con il metodo della massima verosimiglianza.