



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI VERONA

LABORATORIO DI PROBABILITA' E STATISTICA

Docente: Bruno Gobbi

6 - ESERCIZI SULLE V.C. DISCRETE

LA VARIABILE BINOMIALE

In R si definiscono quattro funzioni per la variabile binomiale:

- ▶ **dbinom()** calcola la densità di probabilità
- ▶ **pbinom()** è la funzione di probabilità cumulata
- ▶ **qbinom()** è l'inversa della probabilità cumulata
- ▶ **rbinom()** per creare dei valori random generati da una variabile casuale binomiale

ESERCIZIO 1

Studiare la distribuzione di probabilità relativa ad un numero qualsiasi della roulette su 100 tentativi (tenendo conto che ci sono 37 possibili risultati).

Utilizzare una opportuna variabile aleatoria e rappresentarla graficamente.

ESERCIZIO 1

CREO IL VETTORE DEI k

```
> k=c(0:100)
```

**# CALCOLO LE PROBABILITA' DELLA
BINOMIALE CON LA FUNZIONE dbinom**

```
> roulette=dbinom(k, 100, 1/37)
```

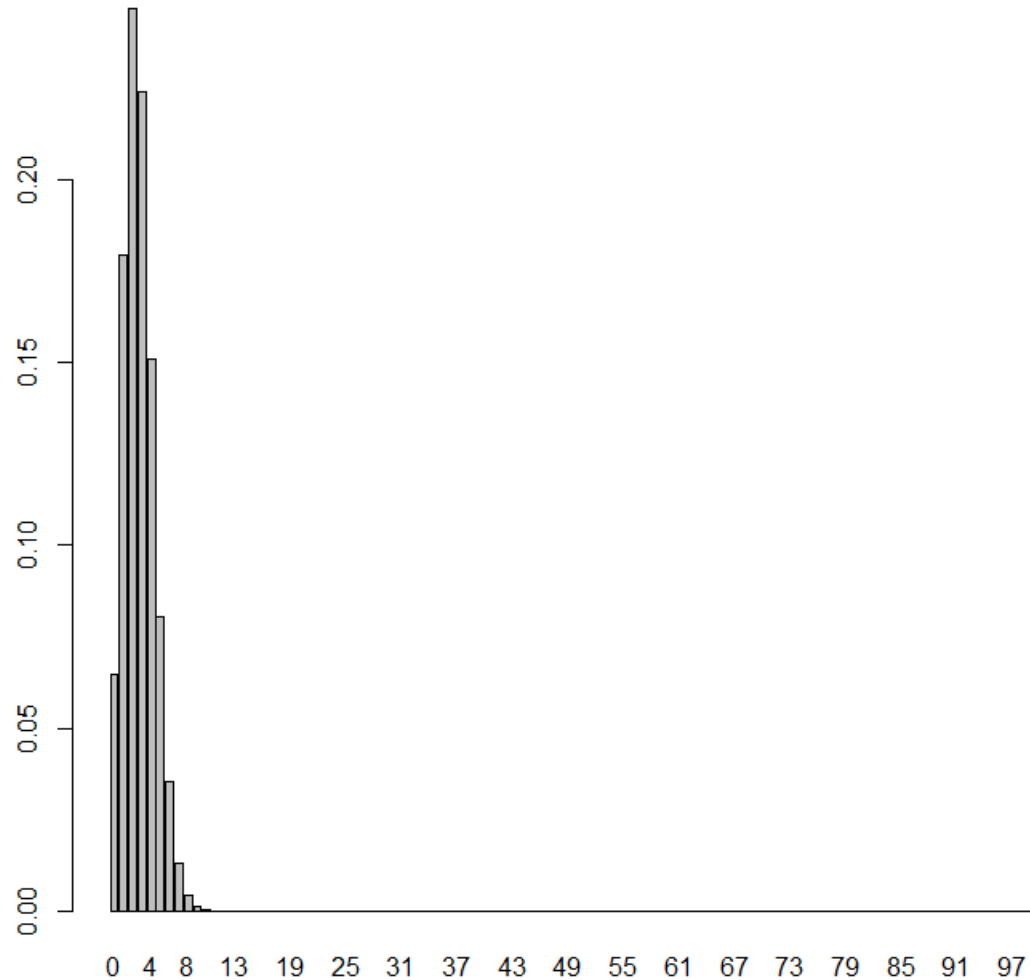
```
> roulette
```

```
[1] 6.457697e-02 1.793805e-01 2.466482e-01  
2.238104e-01 1.507611e-01 8.040594e-02
```

```
...
```

DISEGNO IL GRAFICO

```
> barplot(roulette, names.arg=k)
```



ESERCIZIO 1a

Sui dati dell'esercizio precedente, calcolare la probabilità di ottenere 12 un numero uguale o inferiore a 5 volte su 100 lanci.

ESERCIZIO 1a

**# CALCOLO LA PROBABILITÀ DI OTTENERE
12 UN NUMERO PARI O INFERIORE A 5 VOLTE
SU 100 LANCI**

```
> n12_5p=pbinom(5, 100, 1/37)
```

```
> n12_5p
```

```
[1] 0.945583
```

ESERCIZIO 1b

Sui dati dell'esercizio precedente, calcolare la probabilità di ottenere un numero fra 0 e 12 venti volte su 100 lanci.

ESERCIZIO 1b

**# CALCOLO LA PROBABILITÀ DI OTTENERE
UN NUMERO FRA 0 E 12 VENTI VOLTE SU 100
LANCI**

```
> n_0_12_20volte=dbinom(20, 100, 13/37)
```

```
> n_0_12_20volte
```

```
[1] 0.0004024809
```

ESERCIZIO 1c

Sui dati dell'esercizio precedente, descrivere la probabilità che la pallina si fermi su una casella colorata di rosso su 100 lanci.

ESERCIZIO 1c

CALCOLO LA PROBABILITÀ DI OTTENERE ROSSO SU 100 LANCI

```
> rosso=dbinom(k, 100, 18/37)
```

```
> [1] 1.135501e-29 1.075738e-27 5.044646e-26  
1.561185e-24 3.586618e-23 6.523869e-22  
9.785803e-21
```

```
...
```

ESERCIZIO 1d

Sui dati dell'esercizio precedente, descrivere la probabilità che la pallina si fermi su un numero pari su 100 lanci.

N.B. Lo zero non è considerato numero pari dal casinò!

ESERCIZIO 1d

**# CALCOLO LA PROBABILITÀ DI OTTENERE UN
NUMERO PARI SU 100 LANCI**

```
> pari=dbinom(k, 100, 18/37)
```

```
> [1] 1.135501e-29 1.075738e-27 5.044646e-26  
1.561185e-24 3.586618e-23 6.523869e-22  
9.785803e-21
```

```
...
```

ESERCIZIO 1e

Sui dati dell'esercizio precedente, descrivere la probabilità che la pallina si fermi sullo zero su 100 lanci.

ESERCIZIO 1e

**# CALCOLO LA PROBABILITÀ DI OTTENERE
ZERO SU 100 LANCI**

```
> zero=dbinom(k, 100, 1/37)
```

```
[1] 6.457697e-02 1.793805e-01 2.466482e-01  
2.238104e-01 1.507611e-01 8.040594e-02
```

```
...
```

LA VARIABILE DI POISSON

In R si definiscono quattro funzioni per la variabile di Poisson:

- ▶ **dpois()** calcola la densità di probabilità
- ▶ **ppois()** è la funzione di probabilità cumulata
- ▶ **qpois()** è l'inversa della probabilità cumulata
- ▶ **rpois()** per creare dei valori random generati da una variabile casuale di Poisson

ESERCIZIO 2

La produzione di una nuova APU prevede che i macchinari preposti producano ogni 100.000 unità due pezzi difettosi ($\lambda=2$).

Descrivere con una opportuna variabile aleatoria la probabilità di avere un numero di pezzi difettosi compreso da 0 a 10 e rappresentarla graficamente.

LA FUNZIONE `dpois(k, λ)`

CREO IL VETTORE DEI k

```
> k=c(0:10)
```

CALCOLO LE PROBABILITA' DELLA POISSON CON LA FUNZIONE `dpois`

```
> poisson=dpois(k, 2)
```

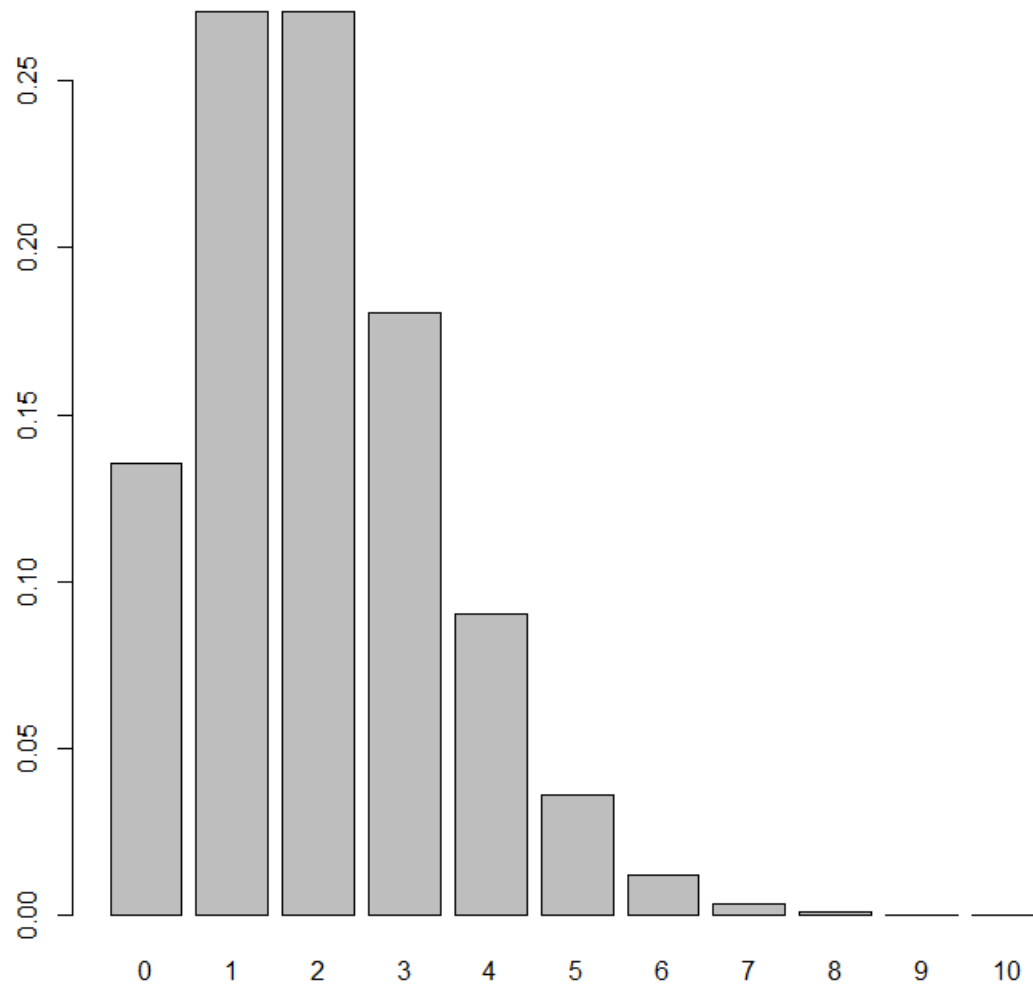
```
> poisson
```

```
[1] 1.353353e-01 2.706706e-01 2.706706e-01  
1.804470e-01 9.022352e-02 3.608941e-02  
1.202980e-02
```

```
[8] 3.437087e-03 8.592716e-04 1.909493e-04  
3.818985e-05
```

DISEGNO IL GRAFICO

```
> barplot(poisson, names.arg=k)
```



ESERCIZIO 2a

Sui dati dell'esercizio precedente calcolare:

- ▶ La probabilità di $k \leq 3$
- ▶ La probabilità di $k > 3$

ESERCIZIO 2a

CALCOLO LA PROBABILITA' DI $k \leq 3$:

```
> ppois(3, 2)
```

```
[1] 0.8571235
```

ESERCIZIO 2a

CALCOLO LA PROBABILITA' DI $k > 3$:

```
> 1-ppois(3, 2)
```

```
[1] 0.1428765
```

OPPURE:

```
> ppois(3, 2, lower.tail=FALSE)
```

```
[1] 0.1428765
```

ESERCIZIO 2b

Sui dati dell'esercizio precedente calcolare:

- ▶ Il valore mediano
- ▶ Il valore corrispondente al 75% della distribuzione

ESERCIZIO 2b

CALCOLO IL VALORE MEDIANO:

```
> qpois(0.5, 2)
```

```
[1] 2
```

CALCOLO IL VALORE CORRISPONDENTE AL 75% DELLA DISTRIBUZIONE:

```
> qpois(0.75, 2)
```

```
[1] 3
```


ESERCIZIO 3

Si ipotizzi di estrarre con reinserimento una carta da un mazzo regolare di 52 e di voler verificare quante volte su 100 tentativi venga estratta una carta di segno Fiori.

Utilizzare una opportuna variabile aleatoria e rappresentarla graficamente.

LA FUNZIONE `dbinom(k, n, p)`

CREO IL VETTORE DEI k

```
> k=c(0:100)
```

**# CALCOLO LE PROBABILITA' DELLA
BINOMIALE CON LA FUNZIONE `dbinom`**

```
> fiori=dbinom(k, 100, 13/52)
```

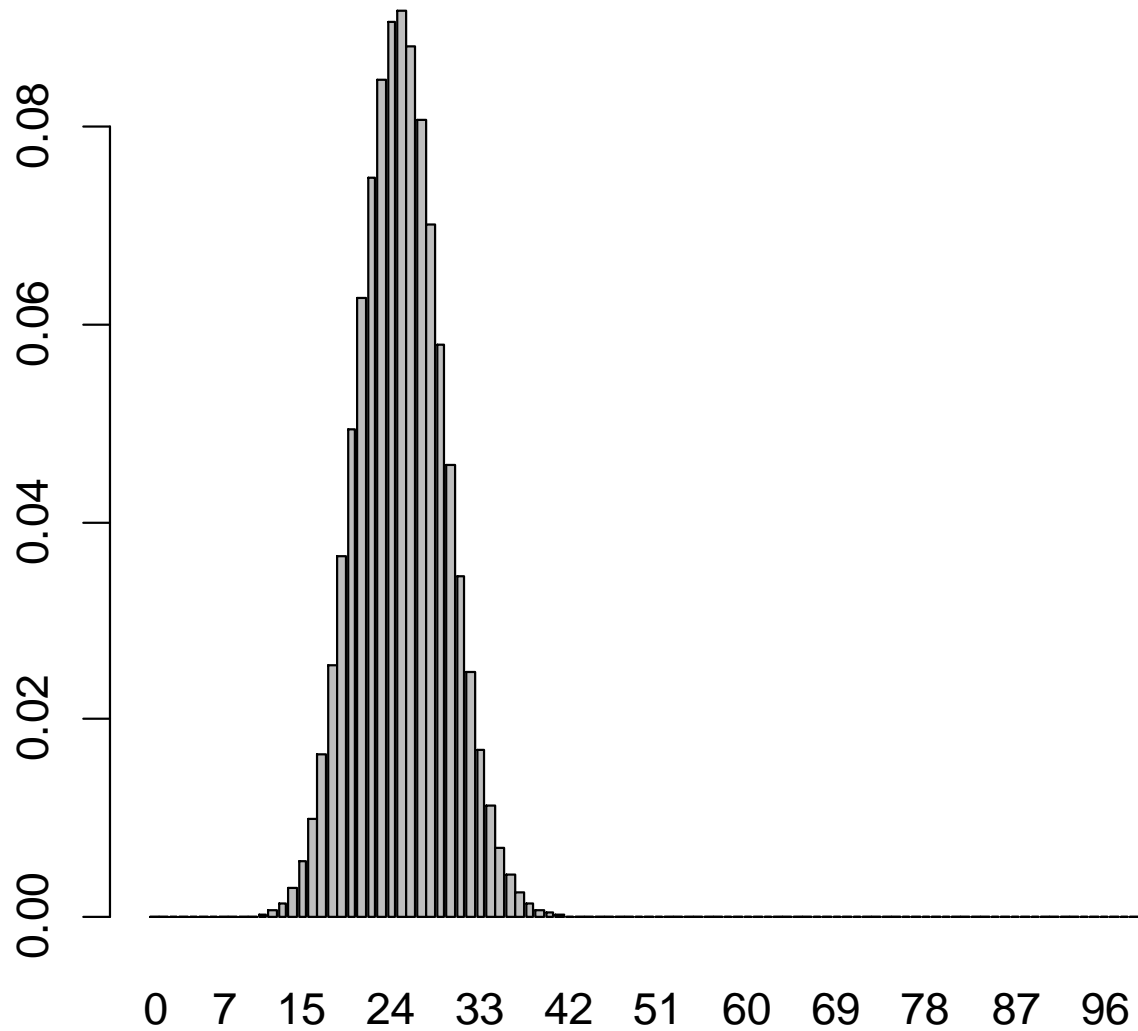
```
> fiori
```

```
[1] 3.207202e-13 1.069067e-11 1.763961e-10  
1.920758e-09 1.552613e-08
```

```
...
```

DISEGNO IL GRAFICO

```
> barplot(fiori, names.arg=k)
```



ESERCIZIO 3a

Sui dati dell'esercizio precedente, calcolare la probabilità di selezionare una carta di Cuori un numero di volte pari o inferiore a 25 su 100 estrazioni.

LA FUNZIONE pbinom

**# CALCOLO LA PROBABILITÀ DI OTTENERE
“CUORI” UN NUMERO DI VOLTE COMPRESO
FRA 0 E 25**

```
> cuori25p=pbinom(25, 100, 13/52)
```

```
> cuori25p
```

```
[1] 0.5534708
```

ESERCIZIO 3b

Sui dati dell'esercizio precedente, calcolare:

- ▶ La probabilità di ottenere “Quadri” un numero di volte maggiore di 40
- ▶ La probabilità di ottenere “Picche” un numero di volte compreso fra 20 e 30
- ▶ La probabilità di ottenere una carta appartenente ai segni rossi (Cuori o Quadri) 50 volte

ESERCIZIO 3b

**# CALCOLO LA PROBABILITÀ DI OTTENERE
“QUADRI” PIU’ DI 40 VOLTE**

```
> 1-pbinom(40, 100, 13/52)
```

```
[1] 0.0003239654
```

OPPURE:

```
pbinom(40, 100, 13/52, lower.tail=FALSE)
```

```
[1] 0.0003239654
```

ESERCIZIO 3b

**# CALCOLO LA PROBABILITÀ DI OTTENERE
“PICCHE” FRA 20 E 30 VOLTE**

> picche30p = pbinom(30, 100, 13/52)

> picche19p = pbinom(19, 100, 13/52)

> picche_da_20_a_30 = picche30p - picche19p

> picche_da_20_a_30

[1] 0.7966824

LA PROBABILITA' E' DEL 79,66824%

ESERCIZIO 3b

CALCOLO LA PROBABILITÀ DI OTTENERE UN
SEGNO “ROSSO” 50 VOLTE

```
> rosso50=dbinom(50, 100, 26/52)
```

```
[1] 0.07958924
```

ESERCIZIO 3c

Sulla distribuzione di probabilità precedente relativa all'estrazione di una carta di Fiori da un mazzo di 52 carte, calcolare:

- ▶ Il valore mediano
- ▶ Il primo e il terzo quartile
- ▶ Il valore corrispondente al 70% della distribuzione

ESERCIZIO 3c

CALCOLO IL VALORE MEDIANO

```
> fiori_mediana=qbinom(0.5, 100, 13/52)
```

```
> fiori_mediana
```

```
[1] 25
```

ESERCIZIO 3c

```
# CALCOLO IL PRIMO E IL TERZO QUARTILE
```

```
> fiori_1quart=qbinom(0.25, 100, 13/52)
```

```
> fiori_1quart
```

```
[1] 22
```

```
> fiori_3quart=qbinom(0.75, 100, 13/52)
```

```
> fiori_3quart
```

```
[1] 28
```

ESERCIZIO 3c

**# CALCOLO IL VALORE CORRISPONDENTE AL
70% DELLA DISTRIBUZIONE**

```
> fiori_70p=qbinom(0.70, 100, 13/52)
```

```
> fiori_70p
```

```
[1] 27
```