

# Prova scritta di Probabilità e Statistica – traccia A

18 Settembre 2015

Saranno valutate solo le risposte con la giustificazione del risultato.

**Esercizio 1.** Tizio possiede un frutteto in cui coltiva mele. Lo 0.5% della popolazione di questi alberi da frutto risulta soggetto ad infezioni da funghi. È stato messo a punto un test per le infezioni in questione. In particolare, il test fornisce un falso positivo il 3% delle volte ed un falso negativo il 2% delle volte.

1. Qual è la probabilità che un albero da frutto, scelto a caso, risulti positivo al test?
2. Tizio ha appena ricevuto la notizia che un albero è risultato positivo all'infezione da funghi. Quale sarà la probabilità che l'albero sia effettivamente infetto?

**Esercizio 2.** Sia data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & \text{se } x \in (a, b) \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Dopo aver verificato che la funzione  $f(x)$  sia una densità di probabilità, determinare media e varianza della funzione  $f(x)$ , nel caso in cui  $a = 2$  e  $b = 8$ .

**Esercizio 3.** Data una popolazione con media  $\mu$  e varianza  $\sigma^2$ , si consideri il seguente stimatore della media

$$T = \frac{1}{18}X_1 + \frac{1}{9}X_2 + \alpha X_3 .$$

- Determinare i valori del parametro  $\alpha$  che rendono lo stimatore  $T$  corretto e determinare la stima del parametro per il c.c.s.  $\{x_1 = 2, x_2 = 4, x_3 = 6\}$ .
- Calcolare l'errore quadratico medio per  $T$  nel caso in cui il parametro  $\alpha$  sia quello ottenuto al punto precedente.
- Calcolare l'errore quadratico medio per  $T$  nel caso in cui  $\alpha = 0, \mu = 6, \sigma = 9$ .

**Esercizio 4.** Descrivere accuratamente le proprietà della variabile aleatoria gaussiana.

# Prova scritta di Probabilità e Statistica – traccia B

18 Settembre 2015

Saranno valutate solo le risposte con la giustificazione del risultato.

**Esercizio 1.** Caio possiede un frutteto in cui coltiva agrumi. Lo 0.8% della popolazione di questi alberi da frutto risulta soggetto ad infezioni da muffe. È stato messo a punto un test per le infezioni in questione. In particolare, il test fornisce un falso positivo il 2% delle volte ed un falso negativo il 5% delle volte.

1. Qual è la probabilità che un albero da frutto, scelto a caso, risulti positivo al test?
2. Caio ha appena ricevuto la notizia che un albero è risultato positivo all'infezione da muffe. Quale sarà la probabilità che l'albero sia effettivamente infetto?

**Esercizio 2.** Sia data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & \text{se } x \in (a, b) \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Dopo aver verificato che la funzione  $f(x)$  sia una densità di probabilità, determinare media e varianza della funzione  $f(x)$ , nel caso in cui  $a = 3$  e  $b = 10$ .

**Esercizio 3.** Data una popolazione con media  $\mu$  e varianza  $\sigma^2$ , si consideri il seguente stimatore della media

$$T = \frac{1}{26}X_1 + \frac{2}{13}X_2 + \alpha X_3 .$$

- Determinare i valori del parametro  $\alpha$  che rendono lo stimatore  $T$  corretto e determinare la stima del parametro per il c.c.s.  $\{x_1 = -26, x_2 = 39, x_3 = 26\}$ .
- Calcolare l'errore quadratico medio per  $T$  nel caso in cui il parametro  $\alpha$  sia quello ottenuto al punto precedente.
- Calcolare l'errore quadratico medio per  $T$  nel caso in cui  $\alpha = 0, \mu = 1, \sigma = \sqrt{2}$ .

**Esercizio 4.** Descrivere accuratamente le proprietà della variabile aleatoria gaussiana.

# Prova scritta di Probabilità e Statistica – traccia C

18 Settembre 2015

Saranno valutate solo le risposte con la giustificazione del risultato.

**Esercizio 1.** Sempronio possiede un uliveto. Lo 0.9% della popolazione di questi ulivi risulta soggetto ad infezioni di insetti. È stato messo a punto un test per le infezioni in questione. In particolare, il test fornisce un falso positivo l' 1.5% delle volte ed un falso negativo il 3.5% delle volte.

1. Qual è la probabilità che un ulivo, scelto a caso, risulti positivo al test?
2. Sempronio ha appena ricevuto la notizia che un ulivo è risultato positivo all'infezione da insetti. Quale sarà la probabilità che l'ulivo sia effettivamente infetto?

**Esercizio 2.** Sia data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & \text{se } x \in (a, b) \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Dopo aver verificato che la funzione  $f(x)$  sia una densità di probabilità, determinare media e varianza della funzione  $f(x)$ , nel caso in cui  $a = 1$  e  $b = 4$ .

**Esercizio 3.** Data una popolazione con media  $\mu$  e varianza  $\sigma^2$ , si consideri il seguente stimatore della media

$$T = \frac{3}{14}X_1 + \frac{2}{7}X_2 + \alpha X_3 .$$

- Determinare i valori del parametro  $\alpha$  che rendono lo stimatore  $T$  corretto e determinare la stima del parametro per il c.c.s.  $\{x_1 = -1, x_2 = 2, x_3 = 8\}$ .
- Calcolare l'errore quadratico medio per  $T$  nel caso in cui il parametro  $\alpha$  sia quello ottenuto al punto precedente.
- Calcolare l'errore quadratico medio per  $T$  nel caso in cui  $\alpha = 0$ ,  $\mu = \frac{1}{7}$ ,  $\sigma = 1$ .

**Esercizio 4.** Descrivere accuratamente le proprietà della variabile aleatoria gaussiana.

# Prova scritta di Probabilità e Statistica – traccia D

18 Settembre 2015

Saranno valutate solo le risposte con la giustificazione del risultato.

**Esercizio 1.** Pinco Pallino possiede una vigna. Lo 0.7% della popolazione dei filari di vite risulta soggetto ad infezioni da funghi. È stato messo a punto un test per le infezioni in questione. In particolare, il test fornisce un falso positivo il 2.5% delle volte ed un falso negativo il 3% delle volte.

1. Qual è la probabilità che un filare, scelto a caso, risulti positivo al test?
2. Pinco Pallino ha appena ricevuto la notizia che un filare è risultato positivo all'infezione da funghi. Quale sarà la probabilità che il filare sia effettivamente infetto?

**Esercizio 2.** Sia data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & \text{se } x \in (a, b) \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Dopo aver verificato che la funzione  $f(x)$  sia una densità di probabilità, determinare media e varianza della funzione  $f(x)$ , nel caso in cui  $a = -3$  e  $b = 5$ .

**Esercizio 3.** Data una popolazione con media  $\mu$  e varianza  $\sigma^2$ , si consideri il seguente stimatore della media

$$T = \frac{3}{25}X_1 + \frac{4}{5}X_2 - \alpha X_3 .$$

- Determinare i valori del parametro  $\alpha$  che rendono lo stimatore  $T$  corretto e determinare la stima del parametro per il c.c.s.  $\{x_1 = 2, x_2 = 4, x_3 = -1\}$ .
- Calcolare l'errore quadratico medio per  $T$  nel caso in cui il parametro  $\alpha$  sia quello ottenuto al punto precedente.
- Calcolare l'errore quadratico medio per  $T$  nel caso in cui  $\alpha = 0$ ,  $\mu = \frac{1}{23}$ ,  $\sigma = 1$ .

**Esercizio 4.** Descrivere accuratamente le proprietà della variabile aleatoria gaussiana.



# Prova scritta di Probabilità e Statistica – traccia E

18 Settembre 2015

Saranno valutate solo le risposte con la giustificazione del risultato.

**Esercizio 1.** Tra i partecipanti ad un torneo sportivo per giovani promesse, il 50% gioca a calcio, il 30% gioca a basket e la restante parte gioca a tennis. Il 10% dei calciatori partecipa per la prima volta ad un torneo, così come il 33% dei cestisti ed il 10% dei tennisti.

- Scelto a caso un partecipante, qual è la probabilità che sia al suo primo torneo?
- Sapendo che il partecipante scelto è al suo primo torneo, qual è la probabilità che sia un cestista?
- Sapendo che il partecipante scelto non è al suo primo torneo, qual è la probabilità che sia un calciatore?

**Esercizio 2.** Sia data la funzione

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & \text{se } x \in (a, b) \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Dopo aver verificato che la funzione  $g(x)$  sia una densità di probabilità di una v.a.  $X$ , determinare la media della v.a.  $Y = X + 1$ , nel caso in cui  $a = 2$  e  $b = 8$ .

**Esercizio 3.** Il tempo di percorrenza dell'autobus  $A$  da un capolinea all'altro è di 30 minuti esatti per coprire una distanza di 30 km. L'autobus viaggia, dunque, a velocità costante lungo l'intera tratta.

Calcolare la probabilità che l'autobus si rompa improvvisamente tra il 15esimo ed il 19esimo chilometro.

**Esercizio 4.** Descrivere accuratamente le proprietà di uno stimatore puntuale.

# Prova scritta di Probabilità e Statistica – traccia F

18 Settembre 2015

Saranno valutate solo le risposte con la giustificazione del risultato.

**Esercizio 1.** Tra i partecipanti ad un torneo sportivo per giovani promesse, il 40% gioca a rugby, il 15% gioca a basket e la restante parte gioca a volley. Il 10% dei rugbisti partecipa per la prima volta ad un torneo, così come il 25% dei cestisti ed il 15% dei giocatori di volley.

- Scelto a caso un partecipante, qual è la probabilità che sia al suo primo torneo?
- Sapendo che il partecipante scelto è al suo primo torneo, qual è la probabilità che sia un rugbista?
- Sapendo che il partecipante scelto non è al suo primo torneo, qual è la probabilità che sia un cestista?

**Esercizio 2.** Sia data la funzione

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & \text{se } x \in (a, b) \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Dopo aver verificato che la funzione  $g(x)$  sia una densità di probabilità di una v.a.  $X$ , determinare la media della v.a.  $Y = X - 1$ , nel caso in cui  $a = 3$  e  $b = 10$ .

**Esercizio 3.** Il tempo di percorrenza dell'autobus  $B$  da un capolinea all'altro è di 25 minuti esatti per coprire una distanza di 25 km. L'autobus viaggia, dunque, a velocità costante lungo l'intera tratta.

Calcolare la probabilità che l'autobus si rompa improvvisamente tra il quarto ed il decimo chilometro.

**Esercizio 4.** Descrivere accuratamente le proprietà di uno stimatore puntuale.

# Prova scritta di Probabilità e Statistica – traccia G

18 Settembre 2015

Saranno valutate solo le risposte con la giustificazione del risultato.

**Esercizio 1.** Tra i partecipanti ad un torneo sportivo per giovani promesse, il 18% gioca a rugby, il 58% gioca a calcio e la restante parte gioca a basket. Il 5% dei rugbisti partecipa per la prima volta ad un torneo, così come il 24% dei calciatori ed il 31% dei cestisti.

- Scelto a caso un partecipante, qual è la probabilità che sia al suo primo torneo?
- Sapendo che il partecipante scelto è al suo primo torneo, qual è la probabilità che sia un calciatore?
- Sapendo che il partecipante scelto non è al suo primo torneo, qual è la probabilità che sia un calciatore?

**Esercizio 2.** Sia data la funzione

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & \text{se } x \in (a, b) \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Dopo aver verificato che la funzione  $g(x)$  sia una densità di probabilità di una v.a.  $X$ , determinare la media della v.a.  $Y = 2X + 1$ , nel caso in cui  $a = 1$  e  $b = 4$ .

**Esercizio 3.** Il tempo di percorrenza dell'autobus  $C$  da un capolinea all'altro è di 50 minuti esatti per coprire una distanza di 50 km. L'autobus viaggia, dunque, a velocità costante lungo l'intera tratta.

Calcolare la probabilità che l'autobus si rompa improvvisamente tra il 32esimo ed il 40esimo chilometro.

**Esercizio 4.** Descrivere accuratamente le proprietà di uno stimatore puntuale.

# Prova scritta di Probabilità e Statistica – traccia H

18 Settembre 2015

Saranno valutate solo le risposte con la giustificazione del risultato.

**Esercizio 1.** Tra i partecipanti ad un torneo sportivo per giovani promesse, il 26% gioca a calcio, il 55% gioca a volley e la restante parte gioca a tennis. Il 10% dei calciatori partecipa per la prima volta ad un torneo, così come il 33% dei pallavolisti ed il 10% dei tennisti.

- Scelto a caso un partecipante, qual è la probabilità che sia al suo primo torneo?
- Sapendo che il partecipante scelto è al suo primo concorso, qual è la probabilità che sia un tennista?
- Sapendo che il partecipante scelto non è al suo primo concorso, qual è la probabilità che sia un tennista?

**Esercizio 2.** Sia data la funzione

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & \text{se } x \in (a, b) \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Dopo aver verificato che la funzione  $g(x)$  sia una densità di probabilità di una v.a.  $X$ , determinare la media della v.a.  $Y = 2X - 1$ , nel caso in cui  $a = -3$  e  $b = 5$ .

**Esercizio 3.** Il tempo di percorrenza dell'autobus  $D$  da un capolinea all'altro è di 19 minuti esatti per coprire una distanza di 19 km. L'autobus viaggia, dunque, a velocità costante lungo l'intera tratta.

Calcolare la probabilità che l'autobus si rompa improvvisamente tra il primo ed il sesto chilometro.

**Esercizio 4.** Descrivere accuratamente le proprietà di uno stimatore puntuale.