

Prova di Laboratorio di Probabilità e Statistica - traccia A

19 giugno 2015

ISTRUZIONI PER LA PROVA AL COMPUTER: EFFETTUARE IL LOGIN CON:

- USERNAME: esame
- PASSWORD: <vuota>

CREARE UN FILE “R” CONTENENTE SOLO I COMANDI E I COMMENTI (NO OUTPUT O GRAFICI), USANDO COME NOME LA PROPRIA MATRICOLA E INDICANDO LA TRACCIA (ES. **VR123456_tracciaA.R**)

ESERCIZIO 1: La tabella seguente riporta il numero di studenti iscritti per facoltà presso un’Università italiana. Creare una tabella che riporti il numero di iscritti e le loro percentuali sul totale. Creare un grafico a istogramma per il numero di iscritti e uno a torta per le percentuali.

FACOLTA’	N. ISCRITTI
SCIENZE	120
ECONOMIA	150
LETTERE	100

ESERCIZIO 2: Analizzare la relazione fra i fenomeni utilizzando la regressione lineare, disegnando il grafico, calcolando i parametri della retta interpolante, i residui con grafico, il coefficiente di correlazione lineare e giudicando la bontà di accostamento del modello teorico trovato. (Si ricorda che per digitare la tilde ~ in Ubuntu occorre premere: **ALT GR + i**)

X	Y
25	112
40	180
36	169
29	135
32	158

ESERCIZIO 3: uno studio su un determinato fenomeno ha rilevato i seguenti valori:

DATI	132	115	126	148	137	120	112
------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Valutare l’ipotesi che la media sia pari a 127 ad un livello di confidenza del 95%.
Indicare anche l’intervallo di confidenza per la media.

AL TERMINE DELLA PROVA, APRIRE FIREFOX, EFFETTUARE IL LOGIN CON LA PROPRIA MATRICOLA E PASSWORD E CARICARE IL FILE “R” SUL SERVER TRAMITE IL PULSANTE ROSSO IN BASSO NELLA PAGINA.

Prova scritta di Probabilità e Statistica – traccia A

19 Giugno 2015

NOME

COGNOME

MATRICOLA

Saranno valutate solo le risposte con la giustificazione del risultato.

Esercizio 1. Sia X una variabile aleatoria binomiale, di parametri n e p .
Verificare che $E(X) = np$.

Esercizio 2. Sia $\{X_1, \dots, X_n\}$ un campione casuale semplice, estratto da
un popolazione con distribuzione

$$f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{2\theta\sqrt{x}} e^{-\frac{\sqrt{x}}{\theta}}, & \text{se } x > 0 \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza per il campione casuale.
- Ottenere una stima del parametro θ se si osserva il seguente campione: $\{x_1 = 16; x_2 = 25\}$.

Esercizio 3. Si consideri un'urna contenente 4 palline rosse e 6 verdi. Ne vengono estratte due.

- Determinare la probabilità che una pallina sia rossa e l'altra sia verde, nel caso di estrazioni con reinserimento.
- Determinare la probabilità che una pallina sia rossa e l'altra sia verde, nel caso di estrazioni senza reinserimento.

Esercizio 4. Alle prossime elezioni per i Rappresentanti degli Studenti, si presenteranno i tre candidati *Carlo*, *Luca* e *Ivano*. Alle scorse elezioni, Carlo ha avuto il 30% dei consensi, Luca il 50% e Ivano il 20%. Il giorno dopo le ultime elezioni, si sa che:

- la probabilità che uno studente abbia votato, sapendo che è sostenitore di Carlo, è il 65%,
- la probabilità che uno studente abbia votato, sapendo che è sostenitore di Luca è l'82%
- scelto a caso uno studente che non ha votato, questo risulta essere un sostenitore della lista di Luca con probabilità pari al 30,5%.

Quanti studenti, sostenitori di Ivano, sono andati a votare?

Prova di Laboratorio di Probabilità e Statistica - traccia B

19 giugno 2015

ISTRUZIONI PER LA PROVA AL COMPUTER: EFFETTUARE IL LOGIN CON:

- USERNAME: esame
- PASSWORD: <vuota>

CREARE UN FILE "R" CONTENENTE SOLO I COMANDI E I COMMENTI (NO OUTPUT O GRAFICI), USANDO COME NOME LA PROPRIA MATRICOLA E INDICANDO LA TRACCIA (ES. **VR123456_tracciaB.R**)

ESERCIZIO 1: La tabella seguente riporta il numero di studenti iscritti per facoltà presso un'Università italiana. Creare una tabella che riporti il numero di iscritti e le loro percentuali sul totale. Creare un grafico a istogramma per il numero di iscritti e uno a torta per le percentuali.

FACOLTA'	N. ISCRITTI
BIOTECNOLOGIE	88
GIURISPRUDENZA	60
LINGUE	92

ESERCIZIO 2: Analizzare la relazione fra i fenomeni utilizzando la regressione lineare, disegnando il grafico, calcolando i parametri della retta interpolante, i residui con grafico, il coefficiente di correlazione lineare e giudicando la bontà di accostamento del modello teorico trovato.

X	Y
36	65
52	90
44	82
40	74
38	70

ESERCIZIO 3: uno studio su un determinato fenomeno ha rilevato i seguenti valori:

DATI	25	36	19	12	42	33	29
------	----	----	----	----	----	----	----

Valutare l'ipotesi che la media sia pari a 28 ad un livello di confidenza del 95%.
Indicare anche l'intervallo di confidenza per la media.

AL TERMINE DELLA PROVA, APRIRE FIREFOX, EFFETTUARE IL LOGIN CON LA PROPRIA MATRICOLA E PASSWORD E CARICARE IL FILE "R" SUL SERVER TRAMITE IL PULSANTE ROSSO IN BASSO NELLA PAGINA.

Prova scritta di Probabilità e Statistica – traccia B

19 Giugno 2015

NOME

COGNOME

MATRICOLA

Saranno valutate solo le risposte con la giustificazione del risultato.

Esercizio 1. Sia X una variabile aleatoria di Poisson, di parametro λ . Verificare che $E(X) = \lambda$.

Esercizio 2. Sia $\{X_1, \dots, X_n\}$ un campione casuale semplice, estratto da un popolazione con distribuzione

$$f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{2x}{\theta} e^{-\frac{x^2}{\theta}}, & \text{se } x \geq 0 \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza per il campione casuale.
- Ottenere una stima del parametro θ se si osserva il seguente campione: $\{x_1 = -5; x_2 = -2; x_3 = 1; x_4 = 2; x_5 = 5\}$.

Esercizio 3. Si consideri un'urna contenente 4 palline rosse e 6 verdi. Ne vengono estratte due.

- Determinare la probabilità che almeno una pallina sia rossa, nel caso di estrazioni con reinserimento.
- Determinare la probabilità che almeno una pallina sia rossa, nel caso di estrazioni senza reinserimento.

Esercizio 4. Alle prossime elezioni per i Rappresentanti degli Studenti, si presenteranno i tre candidati *Carlo*, *Luca* e *Ivano*. Alle scorse elezioni, Carlo ha avuto il 15% dei consensi, Luca il 55% e Ivano il 30%. Il giorno dopo le ultime elezioni, si sa che

- la probabilità che uno studente abbia votato, sapendo che è sostenitore di Carlo, è l'82%,
- la probabilità che uno studente abbia votato, sapendo che è sostenitore di Luca è il 65%
- scelto a caso uno studente che non ha votato, questo risulta essere un sostenitore della lista di Luca con probabilità pari al 63%.

Quanti studenti, sostenitori di Ivano, sono andati a votare?

Prova di Laboratorio di Probabilità e Statistica - traccia C

19 giugno 2015

ISTRUZIONI PER LA PROVA AL COMPUTER: EFFETTUARE IL LOGIN CON:

- USERNAME: esame
- PASSWORD: <vuota>

CREARE UN FILE "R" CONTENENTE SOLO I COMANDI E I COMMENTI (NO OUTPUT O GRAFICI), USANDO COME NOME LA PROPRIA MATRICOLA E INDICANDO LA TRACCIA (ES. **VR123456_tracciaC.R**)

ESERCIZIO 1: La tabella seguente riporta il numero di studenti iscritti per facoltà presso un'Università italiana. Creare una tabella che riporti il numero di iscritti e le loro percentuali sul totale. Creare un grafico a istogramma per il numero di iscritti e uno a torta per le percentuali.

FACOLTA'	N. ISCRITTI
SCIENZE MOTORIE	1560
INGEGNERIA	1225
INFORMATICA	2426

ESERCIZIO 2: Analizzare la relazione fra i fenomeni utilizzando la regressione lineare, disegnando il grafico, calcolando i parametri della retta interpolante, i residui con grafico, il coefficiente di correlazione lineare e giudicando la bontà di accostamento del modello teorico trovato.

X	Y
18	210
15	245
22	179
36	148
40	122

ESERCIZIO 3: uno studio su un determinato fenomeno ha rilevato i seguenti valori:

DATI	63	55	33	38	42	36	49
------	----	----	----	----	----	----	----

Valutare l'ipotesi che la media sia pari a 45 ad un livello di confidenza del 95%.
Indicare anche l'intervallo di confidenza per la media.

AL TERMINE DELLA PROVA, APRIRE FIREFOX, EFFETTUARE IL LOGIN CON LA PROPRIA MATRICOLA E PASSWORD E CARICARE IL FILE "R" SUL SERVER TRAMITE IL PULSANTE ROSSO IN BASSO NELLA PAGINA.

Prova scritta di Probabilità e Statistica – traccia C

19 Giugno 2015

NOME

COGNOME

MATRICOLA

Saranno valutate solo le risposte con la giustificazione del risultato.

Esercizio 1. Sia X una variabile aleatoria esponenziale, di parametro μ .
Verificare che $E(X) = \frac{1}{\mu}$.

Esercizio 2. Sia $\{X_1, \dots, X_n\}$ un campione casuale semplice, estratto da
un popolazione con distribuzione

$$f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{18\theta^4} e^{-\frac{\sqrt{x}}{3\theta^2}}, & \text{se } x \geq 0 \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza per il campione casuale.
- Ottenere una stima del parametro θ se si osserva il seguente campione: $\{x_1 = 16; x_2 = 25\}$.

Esercizio 3. Si consideri un'urna contenente 4 palline rosse e 6 verdi. Ne vengono estratte due.

- Determinare la probabilità che almeno una pallina sia verde, nel caso di estrazioni con reinserimento.
- Determinare la probabilità che almeno una pallina sia verde, nel caso di estrazioni senza reinserimento.

Esercizio 4. Alle prossime elezioni per i Rappresentanti degli Studenti, si presenteranno i tre candidati *Carlo*, *Luca* e *Ivano*. Alle scorse elezioni, Carlo ha avuto il 30% dei consensi, Luca il 50% e Ivano il 20%. Il giorno dopo le ultime elezioni, si sa che

- la probabilità che uno studente abbia votato, sapendo che è sostenitore di Ivano, è il 65%,
- la probabilità che uno studente abbia votato, sapendo che è sostenitore di Luca è l'82%
- scelto a caso uno studente che non ha votato, questo risulta essere un sostenitore della lista di Ivano con probabilità pari al 30,5%.

Quanti studenti, sostenitori di Carlo, sono andati a votare?

Prova di Laboratorio di Probabilità e Statistica - traccia D

19 giugno 2015

ISTRUZIONI PER LA PROVA AL COMPUTER: EFFETTUARE IL LOGIN CON:

- USERNAME: esame
- PASSWORD: <vuota>

CREARE UN FILE "R" CONTENENTE SOLO I COMANDI E I COMMENTI (NO OUTPUT O GRAFICI), USANDO COME NOME LA PROPRIA MATRICOLA E INDICANDO LA TRACCIA (ES. VR123456_tracciaD.R)

ESERCIZIO 1: La tabella seguente riporta il numero di studenti iscritti per facoltà presso un'Università italiana. Creare una tabella che riporti il numero di iscritti e le loro percentuali sul totale. Creare un grafico a istogramma per il numero di iscritti e uno a torta per le percentuali.

FACOLTA'	N. ISCRITTI
FILOSOFIA	420
ECONOMIA	965
MEDICINA	1320

ESERCIZIO 2: Analizzare la relazione fra i fenomeni utilizzando la regressione lineare, disegnando il grafico, calcolando i parametri della retta interpolante, i residui con grafico, il coefficiente di correlazione lineare e giudicando la bontà di accostamento del modello teorico trovato.

X	Y
9	422
8	290
12	354
18	296
20	243

ESERCIZIO 3: uno studio su un determinato fenomeno ha rilevato i seguenti valori:

DATI	9	6	5	11	4	13	10
------	---	---	---	----	---	----	----

Valutare l'ipotesi che la media sia pari a 8 ad un livello di confidenza del 95%.
Indicare anche l'intervallo di confidenza per la media.

AL TERMINE DELLA PROVA, APRIRE FIREFOX, EFFETTUARE IL LOGIN CON LA PROPRIA MATRICOLA E PASSWORD E CARICARE IL FILE "R" SUL SERVER TRAMITE IL PULSANTE ROSSO IN BASSO NELLA PAGINA.

Prova scritta di Probabilità e Statistica – traccia D

19 Giugno 2015

NOME

COGNOME

MATRICOLA

Saranno valutate solo le risposte con la giustificazione del risultato.

Esercizio 1. Dimostrare la formula operativa della varianza di una variabile aleatoria X .

Esercizio 2. Sia $\{X_1, \dots, X_n\}$ un campione casuale semplice, estratto da un popolazione con distribuzione

$$f(x, \theta) = \begin{cases} \theta^2(x-1)e^{-\theta(x-1)}, & \text{se } x > 1 \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza per il campione casuale.
- Ottenere una stima del parametro θ se si osserva il seguente campione: $\{x_1 = 2; x_2 = e; x_3 = e^2\}$.

Esercizio 3. Si consideri un'urna contenente 4 palline rosse e 6 verdi. Ne vengono estratte due.

- Determinare la probabilità che entrambe le palline siano rosse, nel caso di estrazioni con reinserimento.
- Determinare la probabilità che entrambe le palline siano verdi, nel caso di estrazioni senza reinserimento.

Esercizio 4. Alle prossime elezioni per i Rappresentanti degli Studenti, si presenteranno i tre candidati *Carlo*, *Luca* e *Ivano*. Alle scorse elezioni, Carlo ha avuto il 15% dei consensi, Luca il 55% e Ivano il 30%. Il giorno dopo le ultime elezioni, si sa che

- la probabilità che uno studente abbia votato, sapendo che è sostenitore di Ivano, è il 65%,
- la probabilità che uno studente abbia votato, sapendo che è sostenitore di Luca è l'82%
- scelto a caso uno studente che non ha votato, questo risulta essere un sostenitore della lista di Ivano con probabilità pari al 45%.

Quanti studenti, sostenitori di Carlo, sono andati a votare?

Prova di Laboratorio di Probabilità e Statistica - traccia E

19 giugno 2015

ISTRUZIONI PER LA PROVA AL COMPUTER: EFFETTUARE IL LOGIN CON:

- USERNAME: esame
- PASSWORD: <vuota>

CREARE UN FILE “R” CONTENENTE SOLO I COMANDI E I COMMENTI (NO OUTPUT O GRAFICI), USANDO COME NOME LA PROPRIA MATRICOLA E INDICANDO LA TRACCIA (ES. **VR123456_tracciaE.R**)

ESERCIZIO 1: Utilizzando la base dati già presente in R relativa alle vendite di un determinato prodotto (nome del database: "BJsales"), calcolare:

- Media
- Mediana
- Primo e terzo quartile
- Minimo e Massimo
- Varianza campionaria
- Numero di elementi del database

Infine disegnare il grafico boxplot della serie storica.

ESERCIZIO 2: Analizzare la relazione fra i fenomeni utilizzando la regressione lineare, disegnando il grafico, calcolando i parametri della retta interpolante, i residui con grafico, il coefficiente di correlazione lineare e giudicando la bontà di accostamento del modello teorico trovato.

ALPHA	BETA
13	56
20	90
18	85
15	68
16	79

ESERCIZIO 3: uno studio su un determinato fenomeno ha rilevato i seguenti valori:

DATI	66	58	63	74	69	60	56
-------------	----	----	----	----	----	----	----

Valutare l'ipotesi che la media sia superiore a 57 ad un livello di confidenza del 95%.

AL TERMINE DELLA PROVA, APRIRE FIREFOX, EFFETTUARE IL LOGIN CON LA PROPRIA MATRICOLA E PASSWORD E CARICARE IL FILE “R” SUL SERVER TRAMITE IL PULSANTE ROSSO IN BASSO NELLA PAGINA.

Prova scritta di Probabilità e Statistica – traccia E

19 Giugno 2015

NOME

COGNOME

MATRICOLA

Saranno valutate solo le risposte con la giustificazione del risultato.

Esercizio 1. Dato un campione casuale semplice $\{X_1, \dots, X_n\}$ proveniente da una popolazione gaussiana, con media μ incognita e varianza σ^2 nota, mostrare tutti i passaggi che permettono di ottenere l'intervallo di confidenza per la media.

Spiegare la differenza tra errore di I tipo ed errore di II tipo, nell'ambito della verifica di ipotesi.

Esercizio 2. Data una popolazione con media m e varianza s^2 , si considerino i seguenti stimatori della media

$$T_1 = \frac{1}{6}X_1 + \frac{3}{4}X_2 + aX_3$$

$$T_2 = \frac{2}{3}X_1 + \frac{5}{7}X_2 + bX_3$$

$$T_3 = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{4}X_2 + cX_3$$

- Determinare per quali valori dei parametri gli stimatori risultano essere corretti.
- Quale stimatore risulta essere efficiente?
- Determinare la stima più efficiente, nel caso di un campione casuale semplice $\{x_1 = 4, x_2 = 2, x_3 = 6\}$.

Esercizio 3. Sia data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x - Cx^3, & \text{se } 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- Determinare la costante C che rende $f(x)$ una densità di probabilità di una v.a. X .
- Calcolare la varianza della v.a. X .

Esercizio 4. Una sorgente emette radiazioni α e β con probabilità 0.4 e 0.6, rispettivamente. Uno strumento, posizionato all'interno del laboratorio in cui si stanno effettuando esperimenti, riceve e misura tali radiazioni, ma la presenza di altre strumentazioni potrebbe disturbare la trasmissione. Calcolare:

- la probabilità di ricevere una radiazione α , se la probabilità di errore è 0,25;
- la probabilità totale di errore nella ricezione della radiazione, se la probabilità di ricevere correttamente α è 0,8 e la probabilità di ricevere correttamente β è 0,9.

Prova di Laboratorio di Probabilità e Statistica - traccia F

19 giugno 2015

ISTRUZIONI PER LA PROVA AL COMPUTER: EFFETTUARE IL LOGIN CON:

- USERNAME: esame
- PASSWORD: <vuota>

CREARE UN FILE "R" CONTENENTE SOLO I COMANDI E I COMMENTI (NO OUTPUT O GRAFICI), USANDO COME NOME LA PROPRIA MATRICOLA E INDICANDO LA TRACCIA (ES. VR123456_tracciaF.R)

ESERCIZIO 1: Utilizzando la base dati già presente in R relativa ai decessi per incidenti in auto nel Regno Unito fra il 1969 e il 1984 (nome del database: "UKDriverDeaths"), calcolare:

- Media
- Mediana
- Primo e terzo quartile
- Minimo e Massimo
- Varianza campionaria
- Numero di elementi del database

Infine disegnare il grafico boxplot della serie storica.

ESERCIZIO 2: Analizzare la relazione fra i fenomeni utilizzando la regressione lineare, disegnando il grafico, calcolando i parametri della retta interpolante, i residui con grafico, il coefficiente di correlazione lineare e giudicando la bontà di accostamento del modello teorico trovato.

ALPHA	BETA
18	33
26	45
22	41
20	37
19	35

ESERCIZIO 3: uno studio su un determinato fenomeno ha rilevato i seguenti valori:

DATI	13	18	10	6	21	17	15
------	----	----	----	---	----	----	----

Valutare l'ipotesi che la media sia pari a 13 ad un livello di confidenza del 95%.

AL TERMINE DELLA PROVA, APRIRE FIREFOX, EFFETTUARE IL LOGIN CON LA PROPRIA MATRICOLA E PASSWORD E CARICARE IL FILE "R" SUL SERVER TRAMITE IL PULSANTE ROSSO IN BASSO NELLA PAGINA.

Prova scritta di Probabilità e Statistica – traccia F

19 Giugno 2015

NOME

COGNOME

MATRICOLA

Saranno valutate solo le risposte con la giustificazione del risultato.

Esercizio 1. Dato un campione casuale semplice $\{X_1, \dots, X_n\}$ proveniente da una popolazione gaussiana, con media μ e varianza σ^2 incognite, mostrare tutti i passaggi che permettono di ottenere l'intervallo di confidenza per la media.

Spiegare la differenza tra test di ipotesi unilaterale e test di ipotesi bilaterale.

Esercizio 2. Data una popolazione con media m e varianza s^2 , si considerino i seguenti stimatori della media

$$T_1 = \frac{4}{9}X_1 + \frac{5}{6}X_2 + aX_3$$

$$T_2 = \frac{5}{8}X_1 + \frac{1}{4}X_2 + bX_3$$

$$T_3 = \frac{2}{3}X_1 + \frac{1}{4}X_2 + cX_3$$

- Determinare per quali valori dei parametri gli stimatori risultano essere corretti.
- Quale stimatore risulta essere efficiente?
- Determinare la stima dei parametri nel caso di un campione casuale semplice $\{x_1 = 4, x_2 = 2, x_3 = 6\}$.

Esercizio 3. Sia data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} C \log(x), & \text{se } 1 \leq x \leq e \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- Determinare la costante C che rende $f(x)$ una densità di probabilità di una v.a. X .
- Calcolare la funzione di ripartizione della v.a. X .

Esercizio 4. Una sorgente emette radiazioni α e β con probabilità 0.4 e 0.6, rispettivamente. Uno strumento, posizionato all'interno del laboratorio in cui si stanno effettuando esperimenti, riceve e misura tali radiazioni, ma la presenza di altre strumentazioni potrebbe disturbare la trasmissione. Calcolare:

- la probabilità di ricevere una radiazione β , se la probabilità di errore è 0,25;
- la probabilità totale di errore nella ricezione della radiazione, se la probabilità di ricevere correttamente α è 0,3 e la probabilità di ricevere correttamente β è 0,7.

Prova di Laboratorio di Probabilità e Statistica - traccia G

19 giugno 2015

ISTRUZIONI PER LA PROVA AL COMPUTER: EFFETTUARE IL LOGIN CON:

- USERNAME: esame
- PASSWORD: <vuota>

CREARE UN FILE “R” CONTENENTE SOLO I COMANDI E I COMMENTI (NO OUTPUT O GRAFICI), USANDO COME NOME LA PROPRIA MATRICOLA E INDICANDO LA TRACCIA (ES. **VR123456_tracciaG.R**)

ESERCIZIO 1: Utilizzando la base dati già presente in R relativa ai consumi trimestrali di gas metano nel Regno Unito (nome del database: ”UKgas”), calcolare:

- Media
- Mediana
- Primo e terzo quartile
- Minimo e Massimo
- Varianza campionaria
- Numero di elementi del database

Infine disegnare il grafico boxplot della serie storica.

ESERCIZIO 2: Analizzare la relazione fra i fenomeni utilizzando la regressione lineare, disegnando il grafico, calcolando i parametri della retta interpolante, i residui con grafico, il coefficiente di correlazione lineare e giudicando la bontà di accostamento del modello teorico trovato.

ALPHA	BETA
9	105
8	123
11	90
18	74
20	61

ESERCIZIO 3: uno studio su un determinato fenomeno ha rilevato i seguenti valori:

DATI	32	28	17	19	21	18	25
-------------	----	----	----	----	----	----	----

Valutare l’ipotesi che la media sia pari a 20 ad un livello di confidenza del 95%.

AL TERMINE DELLA PROVA, APRIRE FIREFOX, EFFETTUARE IL LOGIN CON LA PROPRIA MATRICOLA E PASSWORD E CARICARE IL FILE “R” SUL SERVER TRAMITE IL PULSANTE ROSSO IN BASSO NELLA PAGINA.

Prova scritta di Probabilità e Statistica – traccia G

19 Giugno 2015

NOME

COGNOME

MATRICOLA

Saranno valutate solo le risposte con la giustificazione del risultato.

Esercizio 1. Dato un campione casuale semplice $\{X_1, \dots, X_n\}$ proveniente da una popolazione bernoulliana, con parametro p incognito, mostrare tutti i passaggi che permettono di ottenere l'intervallo di confidenza per la frazione di probabilità.

Enunciare la Legge dei Grandi Numeri .

Esercizio 2. Data una popolazione con media m e varianza s^2 , si considerino i seguenti stimatori della media

$$T_1 = \frac{1}{8}X_1 + \frac{3}{4}X_2 + aX_3$$

$$T_2 = \frac{2}{7}X_1 + \frac{1}{5}X_2 + bX_3$$

$$T_3 = \frac{3}{8}X_1 + \frac{4}{7}X_2 + cX_3$$

- Determinare per quali valori dei parametri gli stimatori risultano essere corretti.
- Quale stimatore risulta essere efficiente?
- Determinare la stima dei parametri nel caso di un campione casuale semplice $\{x_1 = 4, x_2 = 2, x_3 = 6\}$.

Esercizio 3. Sia data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} C(x-1)^2, & \text{se } 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- Determinare la costante C che rende $f(x)$ una densità di probabilità di una v.a. X .
- Calcolare il momento primo ed il momento secondo della v.a. X ed ottenere una stima della probabilità $P(2 \leq X \leq 4)$.

Esercizio 4. Una sorgente emette radiazioni α e β con probabilità 0.45 e 0.55, rispettivamente. Uno strumento, posizionato all'interno del laboratorio in cui si stanno effettuando esperimenti, riceve e misura tali radiazioni, ma la presenza di altre strumentazioni potrebbe disturbare la trasmissione. Calcolare:

- la probabilità di ricevere una radiazione β , se la probabilità di errore è 0,30;
- la probabilità totale di errore nella ricezione della radiazione, se la probabilità di ricevere correttamente α è 0,8 e la probabilità di ricevere correttamente β è 0,9.

Prova di Laboratorio di Probabilità e Statistica - traccia H

19 giugno 2015

ISTRUZIONI PER LA PROVA AL COMPUTER: EFFETTUARE IL LOGIN CON:

- USERNAME: esame
- PASSWORD: <vuota>

CREARE UN FILE "R" CONTENENTE SOLO I COMANDI E I COMMENTI (NO OUTPUT O GRAFICI), USANDO COME NOME LA PROPRIA MATRICOLA E INDICANDO LA TRACCIA (ES. **VR123456_tracciaH.R**)

ESERCIZIO 1: Utilizzando la base dati già presente in R relativa ai decessi per incidenti negli U.S.A. fra il 1973 e il 1978 (nome del database: "USAccDeaths"), calcolare:

- Media
- Mediana
- Primo e terzo quartile
- Minimo e Massimo
- Varianza campionaria
- Numero di elementi del database

Infine disegnare il grafico boxplot della serie storica.

ESERCIZIO 2: Analizzare la relazione fra i fenomeni utilizzando la regressione lineare, disegnando il grafico, calcolando i parametri della retta interpolante, i residui con grafico, il coefficiente di correlazione lineare e giudicando la bontà di accostamento del modello teorico trovato.

ALPHA	BETA
5	211
4	145
6	177
9	148
10	122

ESERCIZIO 3: uno studio su un determinato fenomeno ha rilevato i seguenti valori:

DATI	5	3	3	6	2	7	5
-------------	---	---	---	---	---	---	---

Valutare l'ipotesi che la media sia pari a 3 ad un livello di confidenza del 95%.

AL TERMINE DELLA PROVA, APRIRE FIREFOX, EFFETTUARE IL LOGIN CON LA PROPRIA MATRICOLA E PASSWORD E CARICARE IL FILE "R" SUL SERVER TRAMITE IL PULSANTE ROSSO IN BASSO NELLA PAGINA.

Prova scritta di Probabilità e Statistica – traccia H

19 Giugno 2015

NOME

COGNOME

MATRICOLA

Saranno valutate solo le risposte con la giustificazione del risultato.

Esercizio 1. Dare la definizione di media di una variabile aleatoria. Se $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, verificare che $E(X) = \mu$.

Esercizio 2. Data una popolazione con media m e varianza s^2 , si considerino i seguenti stimatori della media

$$T_1 = \frac{1}{6}X_1 + aX_2 + \frac{3}{4}X_3$$

$$T_2 = \frac{2}{3}X_1 + bX_2 + \frac{5}{7}X_3$$

$$T_3 = \frac{1}{2}X_1 + cX_2 + \frac{1}{4}X_3$$

- Determinare per quali valori dei parametri gli stimatori risultano essere corretti.
- Quale stimatore risulta essere efficiente?
- Determinare la stima dei parametri nel caso di un campione casuale semplice $\{x_1 = 4, x_2 = 2, x_3 = 6\}$.

Esercizio 3. Sia data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{C}{x^2}, & \text{se } 1 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- Determinare la costante C che rende $f(x)$ una densità di probabilità di una v.a. X .
- Calcolare la funzione di ripartizione di X e la probabilità $P(X \leq \frac{\pi}{4})$.

Esercizio 4. Una sorgente emette radiazioni α e β con probabilità 0.45 e 0.55, rispettivamente. Uno strumento, posizionato all'interno del laboratorio in cui si stanno effettuando esperimenti, riceve e misura tali radiazioni, ma la presenza di altre strumentazioni potrebbe disturbare la trasmissione. Calcolare:

- la probabilità di ricevere una radiazione α , se la probabilità di errore è 0,25;
- la probabilità totale di errore nella ricezione della radiazione, se la probabilità di ricevere correttamente α è 0,3 e la probabilità di ricevere correttamente β è 0,7.