UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI VERONA

LABORATORIO DI PROBABILITA' E STATISTICA

Docente: Bruno Gobbi

4 – ESERCIZI RIEPILOGATIVI PRIME 3 LEZIONI

1 - STATISTICA DESCRITTIVA – VENDITE PC

ESERCIZIO 1: La seguente tabella riporta i volumi di vendita (in migliaia di pezzi) dei principali produttori di computer nel 2012.

Creare una tabella in R che riporti i volumi di vendita in migliaia di pezzi e in percentuale. Alla fine creare un grafico a istogramma per i volumi di vendita in migliaia e uno a torta per le percentuali.

MARCHIO	VENDITE
Dell	9.000
HP	14.800
Lenovo	14.000
Acer	8.700
Asus	6.500
Apple Mac	4.000

1 - STATISTICA DESCRITTIVA – VENDITE PC

```
> marchio=c("Dell", "HP", "Lenovo", "Acer", "ASUS", "Apple Mac")
> vendite=c(9000, 14800, 14000, 8700, 6500, 4000)
> venditepc=data.frame(marchio, vendite)
> venditepc
    marchio vendite
1      Dell    9000
2        HP   14800
3    Lenovo   14000
4      Acer    8700
5      ASUS    6500
6 Apple Mac    4000
```

1 - STATISTICA DESCRITTIVA – VENDITE PC

 # CREIAMO LA COLONNA DELLE PERCENTUALI DI VENDITA

```
> tot_vendite=sum(vendite)

> tot_vendite

[1] 57000

> perc=vendite/tot_vendite

> perc

[1] 0.15789474 0.25964912 0.24561404 0.15263158 0.11403509 0.07017544
```

 # SE VOLESSIMO LE PERCENTUALI FORMATTATE CON IL %

```
> sprintf("%1.2f%%", 100*perc)

[1] "15.79%" "25.96%" "24.56%" "15.26%" "11.40%" "7.02%"
```

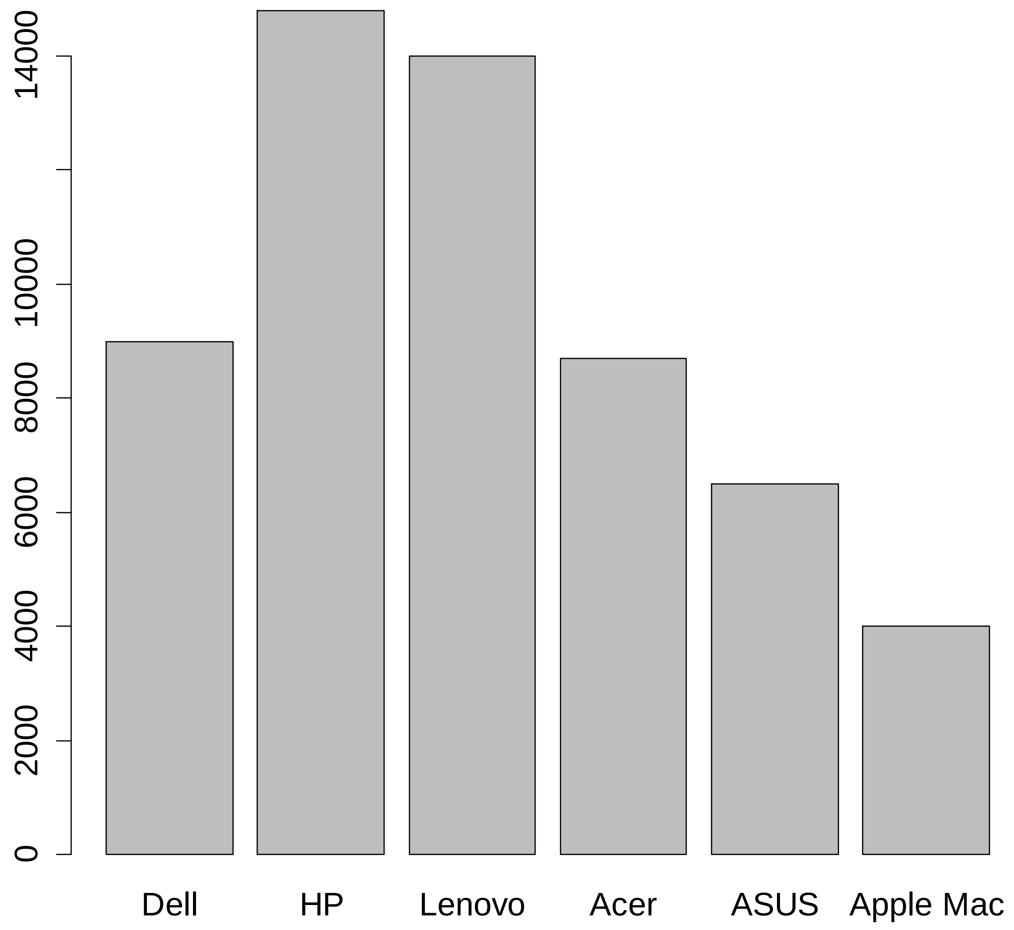
1 - STATISTICA DESCRITTIVA – VENDITE PC

```
# CREIAMO LA COLONNA DELLE PERCENTUALI DI VENDITA
> venditepc=data.frame(venditepc, perc)
> venditepc
    marchio vendite       perc
1      Dell    9000 0.15789474
2        HP   14800 0.25964912
3    Lenovo   14000 0.24561404
4      Acer    8700 0.15263158
5      ASUS    6500 0.11403509
6 Apple Mac    4000 0.07017544
```

1 - STATISTICA DESCRITTIVA – VENDITE PC

GRAFICO DEI VOLUMI DI VENDITA

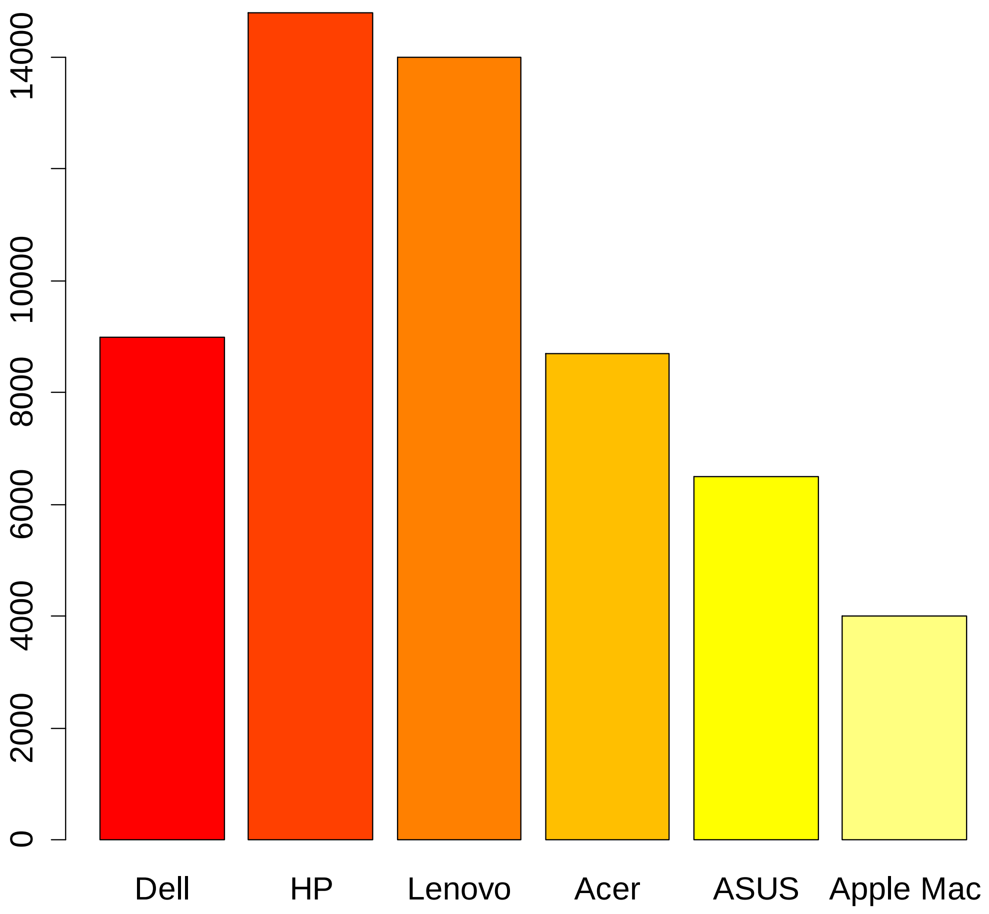
```
> barplot(vendite, names.arg=marchio)
```



1 - STATISTICA DESCRITTIVA – VENDITE PC

GRAFICO DEI VOLUMI DI VENDITA

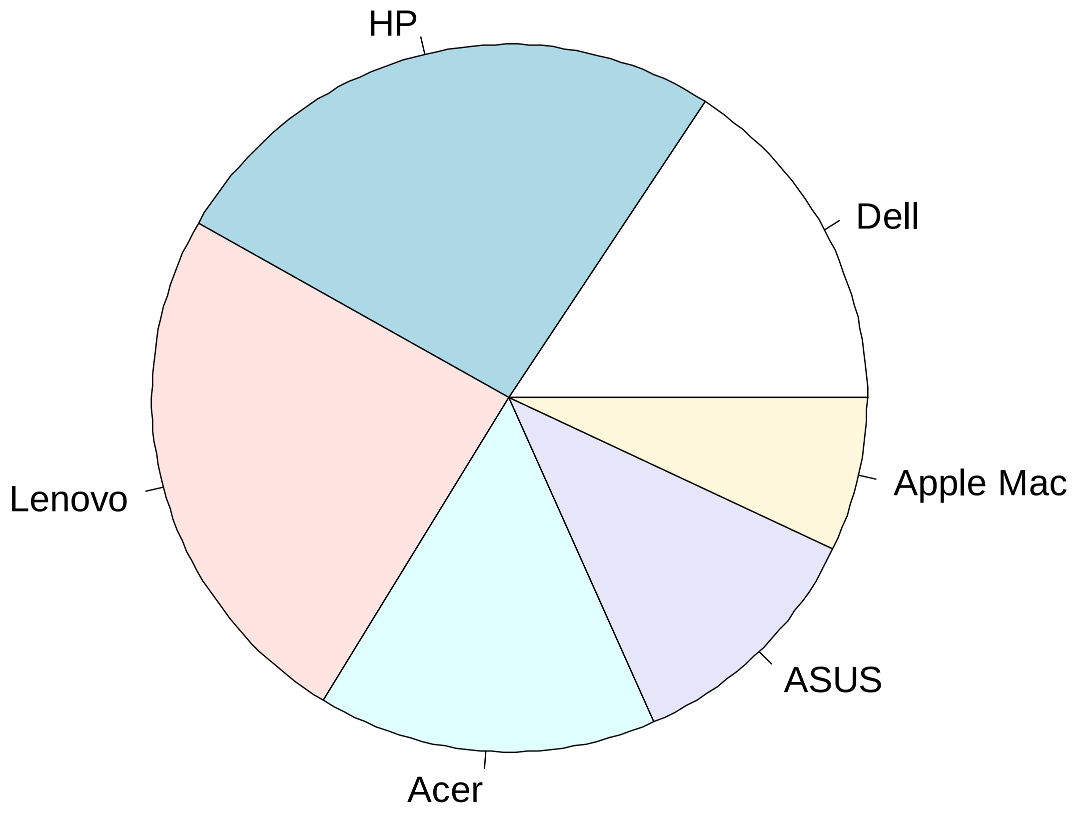
```
> barplot(vendite, names.arg=marchio, col=heat.colors(6))
```



1 - STATISTICA DESCRITTIVA – VENDITE PC

 # GRAFICO A TORTA DELLE PERCENTUALI DI VENDITA

```
> pie(perc, labels=marchio)
```



2 – SIMMETRIA E APPIATTIMENTO – VENDITE PC

ESERCIZIO 2: Sui dati della tabella precedente calcolare la simmetria e l'appiattimento della distribuzione delle vendite in migliaia utilizzando degli opportuni indici.

MARCHIO	VENDITE
Dell	9.000
HP	14.800
Lenovo	14.000
Acer	8.700
Asus	6.500
Apple Mac	4.000

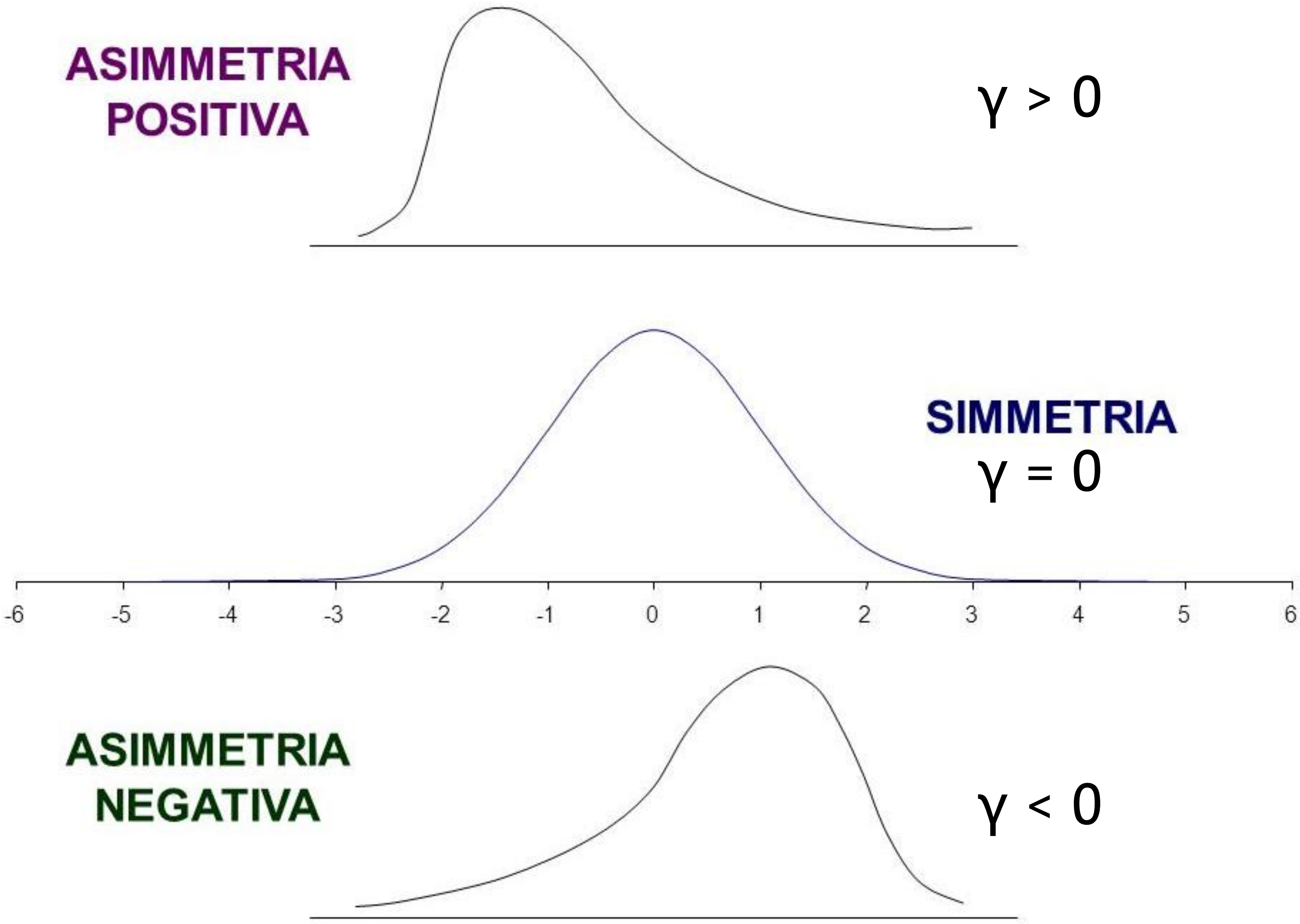
INDICE DI SIMMETRIA γ (gamma) DI FISHER

$$\gamma = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right)^3$$

Se $\gamma = 0$ → allora la distribuzione è simmetrica

Se $\gamma < 0$ → allora la distribuzione è asimmetrica negativa

Se $\gamma > 0$ → allora la distribuzione è asimmetrica positiva


ASIMMETRIA
POSITIVA
γ > 0
SIMMETRIA
γ = 0
-6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6
ASIMMETRIA
NEGATIVA
γ < 0

CREAZIONE DI UNA FUNZIONE PER GAMMA

$$\gamma = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right)^3$$

```
gamma =  function(x) {
m3 = mean((x-mean(x))^3)
skew = m3/(sd(x)^3)
skew
}
```

{ = AltGr + 7
} = AltGr + 0
NO tastiera numerica

2 – SIMMETRIA E APPIATTIMENTO – VENDITE PC

> gamma(vendite) = 0.1029673

C'È UN'ASIMMETRIA POSITIVA, LA DISTRIBUZIONE PRESENTA UNA CODA PIÙ LUNGA A DESTRA.

INDICE DI CURTOSI β (beta) DI PEARSON

$$\beta = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right)^4$$

Se $\beta = 3$ → allora la distribuzione è MESOCURTICA

Se $\beta < 3$ → allora la distribuzione è PLATICURTICA

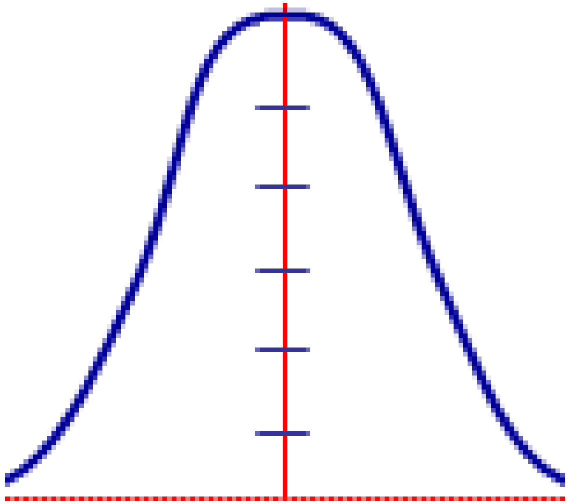
Se $\beta > 3$ → allora la distribuzione è LEPTOCURTICA

INDICE DI CURTOSI γ_2 (gamma2) DI FISHER

$$\gamma_2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right)^4 - 3$$

Se $\gamma_2 = 0$ → allora la distribuzione è MESOCURTICA
Se $\gamma_2 < 0$ → allora la distribuzione è PLATICURTICA
Se $\gamma_2 > 0$ → allora la distribuzione è LEPTOCURTICA

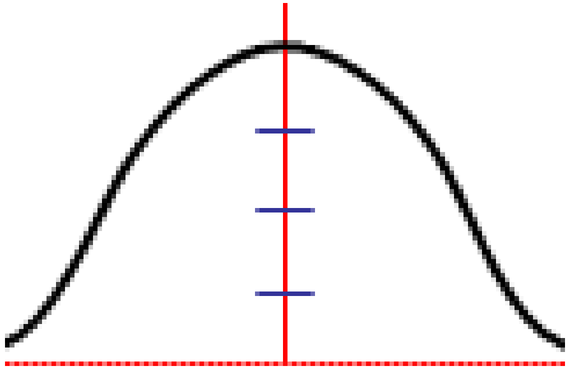
INDICI DI APPIATTIMENTO (CURTOSI)



Leptocurtica

$$\beta > 3$$

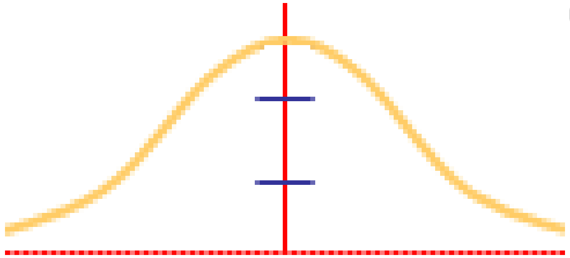
$$\gamma_2 > 0$$



Mesocurtica

$$\beta = 3$$

$$\gamma_2 = 0$$



Platicurtica

$$\beta < 3$$

$$\gamma_2 < 0$$

CREAZIONE DI UNA FUNZIONE PER BETA

$$\beta = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right)^4$$

```
beta =  function(x) {
m4 = mean((x-mean(x))^4)
curt = m4/(sd(x)^4)
curt
}
```

2 – SIMMETRIA E APPIATTIMENTO – VENDITE PC

```
> beta(vendite)
[1] 1.168586

# LA DISTRIBUZIONE APPARE SCHIACCIATA, PLATICURTICA

> beta(vendite)-3
[1] -1.831414
```

3 – STATISTICHE E BOXPLOT - LAGO HURON

ESERCIZIO 3: Utilizzando la base dati già presente in R relativamente ai livelli del Lago Huron fra il 1875 e il 1972 (nome del database: ‘’LakeHuron’’), calcolare:

- Media
- Mediana
- Primo e terzo quartile
- Minimo e Massimo
- Varianza campionaria
- Numero di elementi del database

Infine disegnare il grafico boxplot della serie storica.

3 – STATISTICHE E BOXPLOT - LAGO HURON

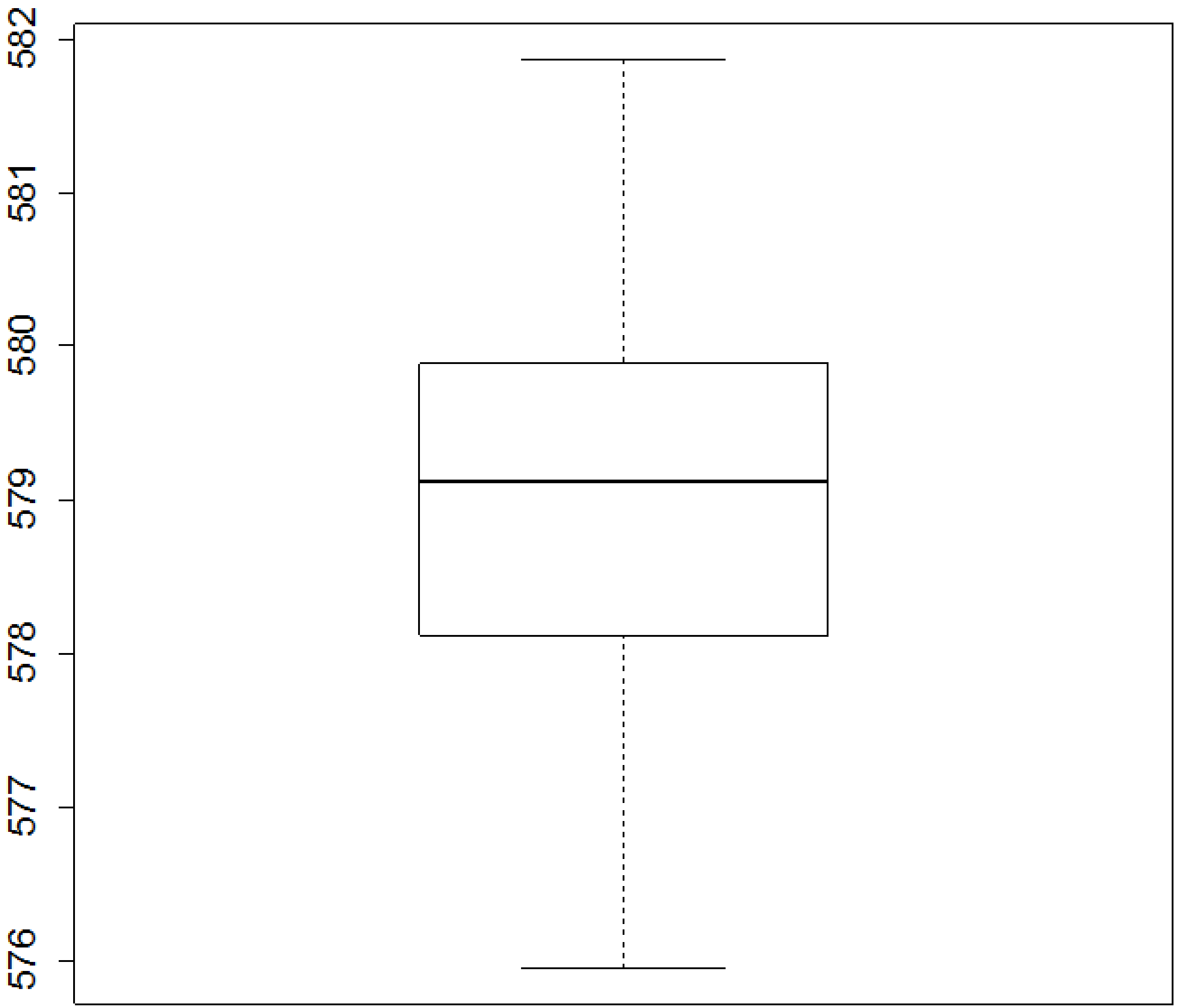
```
> summary(LakeHuron)
   Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
  576.0   578.1   579.1   579.0   579.9   581.9

> var(LakeHuron)
[1] 1.737911

> length(LakeHuron)
[1] 98
```

3 – STATISTICHE E BOXPLOT - LAGO HURON

> boxplot(LakeHuron)



ESEMPIO DI TABELLA A DOPPIA ENTRATA

		CAPELLI	
		BIONDI	NERI
OCCHI	AZZURRI	25	10
	SCURI	15	60

TABELLE DOPPIE E CONNESSIONE

- Per valutare la relazione fra due fenomeni espressi sotto forma di tabelle a doppia entrata si utilizza il test del chi-quadrato, che mette a confronto le seguenti due ipotesi:

- **ipotesi nulla H0**: afferma che c'è indipendenza fra i due fenomeni;

- **ipotesi alternativa H1**: che invece dice che c'è una connessione fra i caratteri.

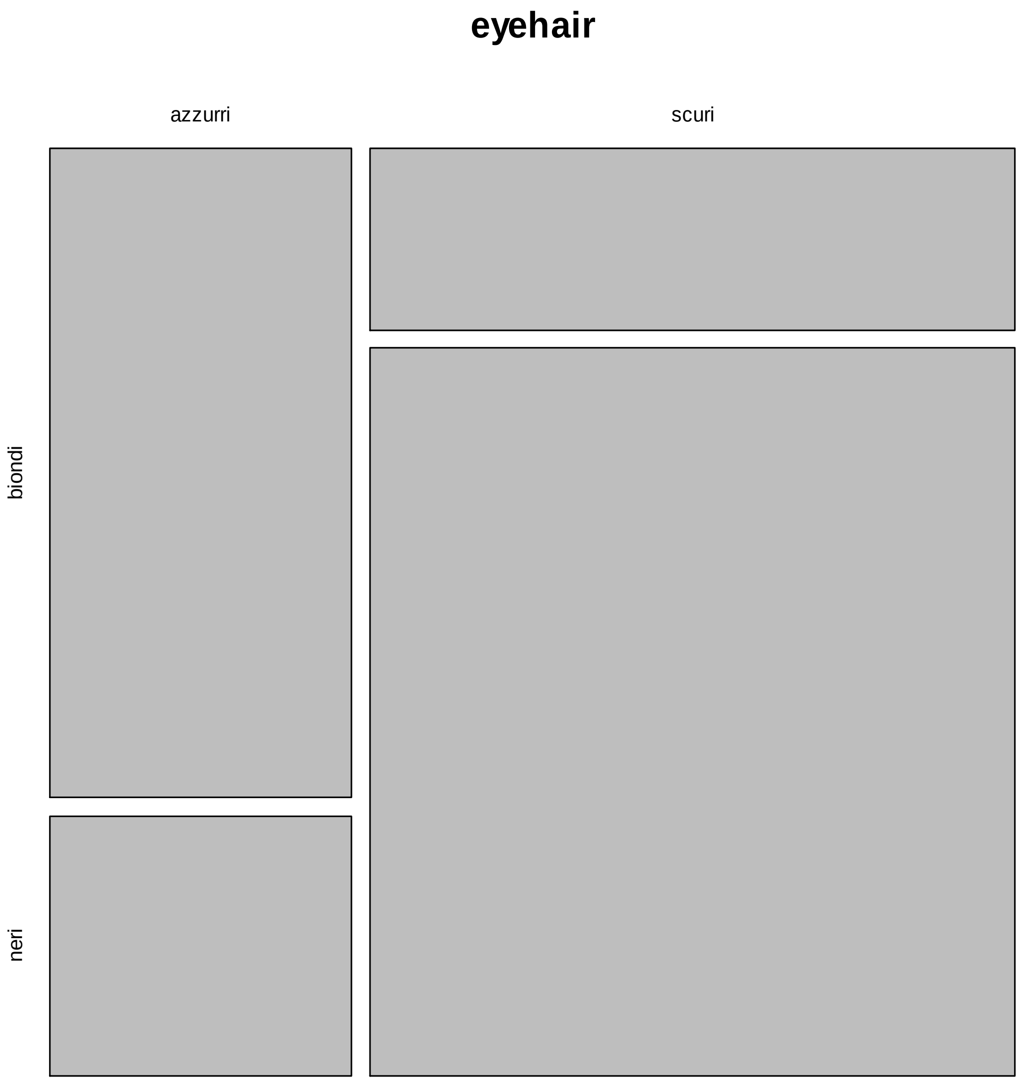
TABELLE DOPPIE E CONNESSIONE

 # CREIAMO LA TABELLA E IL GRAFICO A MOSAICO

```
> eyehair=matrix(c(25, 10, 15, 60), nrow=2, byrow=TRUE)
> eye=c("azzurri", "scuri")
> hair=c("biondi", "neri")
> dimnames(eyehair)=list(eye, hair)
> eyehair
      biondi neri
azzurri     25   10
scuri       15   60
> mosaicplot(eyehair)
```

TABELLE DOPPIE E CONNESSIONE

DISEGNAMO IL GRAFICO A MOSAICO



CALCOLO DEL CHI-QUADRATO

- In R il test del chi-quadrato viene condotto molto semplicemente con il comando: **chisq.test**

```
> testchiq=chisq.test(eyehair)
> testchiq

        Pearson's Chi-squared test with Yates' continuity correction

X-squared = 25.0983, df = 1, p-value = 5.448e-07
```

- ”**X-squared**” è il chi-quadrato calcolato
- “**df**” sono i degrees of freedom, i gradi di libertà, dati dal prodotto:
  df=(n. Righe-1)*(n. Colonne-1)
- “**p-value**” è il livello di significatività. Questo valore deve essere inferiore al 5% (ovvero 0,05) per considerare valido il risultato trovato con il test.

CALCOLO DEL CHI-QUADRATO

- Nel caso di tabelle 2x2, il **chisq.test** applica una correzione, quella di Yates. Se si desidera non usarla, occorre specificare l'opzione `correct=FALSE`

```
> testchiq=chisq.test(colore, correct=FALSE)
> testchiq
```

CONFRONTO DEL CHI-QUADRATO CALCOLATO CON LA SOGLIA TEORICA

- Il valore del chi quadrato (X-squared) così calcolato va confrontato con un valore teorico per poter accettare o meno l'ipotesi nulla H0.
- In particolare le soglie critiche del chi-quadrato con 1 g.d.l. (grado di libertà) sono:
  - **3.84** per un livello di significatività del **5%**
  - **6.64** per un livello di significatività dell'**1%**

- Questi valori sono le soglie oltre le quali si rifiuta l'ipotesi nulla sbagliando rispettivamente al massimo nel 5% dei casi o solo nell'1%.

TAVOLA DEL CHI-QUADRATO

	alpha (significatività)	
g.d.l.	**1%**	**5%**
1	6,64	3,84
2	9,21	5,99
3	11,35	7,82
4	13,28	9,49
5	15,09	11,07
6	16,81	12,59
7	18,48	14,07
8	20,09	15,51
9	21,67	16,92
10	23,21	18,31

CONFRONTO DEL CHI-QUADRATO CALCOLATO CON LA SOGLIA TEORICA

- **3.84** per un livello di significatività del **5%** e 1 g.d.l.
- **6.64** per un livello di significatività dell'**1%** e 1 g.d.l.

- In questo caso abbiamo 25.0983, che è abbondantemente superiore non solo a 3.84, che è la soglia critica per sbagliare al massimo nel 5% dei casi, ma addirittura a 6.64, che è la soglia critica oltre la quale si rifiuta l'ipotesi nulla di indipendenza sbagliando solo nell'1% dei casi.

- Quindi **il test rifiuta l'ipotesi nulla H0 e conferma che al 99% c'è una connessione fra i fenomeni.**

CALCOLO DEL "V" DI CRAMER

- Una volta che abbiamo rilevato che c'è una connessione fra i 2 fenomeni, possiamo misurare quanto sono connessi fra di loro con un opportuno indice, il **V di Cramer**.

- Questo indicatore assume:
  - valore 0 nel caso di **perfetta indipendenza**;
  - valore 1 quando invece c'è la **massima connessione** fra i due fenomeni.

CALCOLO DEL "V" DI CRAMER

- Per calcolare il V di Cramer bisogna usare la seguente formula:

$$V = \sqrt{\frac{\chi^2}{\mathrm{N} * (\min(righe, colonne) - 1)}}$$

- χ^2= valore della variabile chi-quadrato ricavato dal test chi quadrato (**$statistic**)
- N = numero totale di casi (**N=sum(eyehair)**)
- min(*righe*, *colonne*) – 1 = si sceglie il minore fra il numero delle righe e delle colonne; quindi si sottrae 1 (ES. tab. 2 righe e 3 colonne: si sceglie 2, quindi si toglie 1: 2-1=1)

ES. PRECIPITAZIONI INVERNALI E TEMPERATURE ESTIVE

ESERCIZIO 4: La tabella riporta la distribuzione delle precipitazioni medie nei mesi invernali dal 1950 in 10 città italiane e le temperature medie nelle estati seguenti. Giudicare se esiste una connessione fra la quantità di pioggia caduta d’inverno e le temperature delle estati seguenti.

	TEMPERATURE MEDIE ESTIVE		
PRECIPITAZIONI INVERNALI (IN MM)	**Da 26 a 27**	**Da 27 a 28**	**Oltre 28**
Da 40 a 50	50	53	49
Da 50 a 60	35	65	60
Da 60 a 70	40	56	50
Oltre 70	32	60	50

	alpha (significatività)	
g.d.l.	**1%**	**5%**
1	6,64	3,84
2	9,21	5,99
3	11,35	7,82
4	13,28	9,49
5	15,09	11,07
6	16,81	12,59
7	18,48	14,07
8	20,09	15,51
9	21,67	16,92
10	23,21	18,31

ES. PRECIPITAZIONI INVERNALI E TEMPERATURE ESTIVE

```
> meteo=matrix(c(50, 53, 49, 35, 65, 60, 40, 56, 50, 32, 60,
50), nrow=4, byrow=TRUE)
> pioggia=c("Da 40 a 50", "Da 50 a 60", "Da 60 a 70", "Oltre 70")
> temp=c("Da 26 a 27", "Da 27 a 28", "Oltre 28")
> dimnames(meteo)=list(pioggia, temp)
> meteo
           Da 26 a 27 Da 27 a 28 Oltre 28
Da 40 a 50         50         53       49
Da 50 a 60         35         65       60
Da 60 a 70         40         56       50
Oltre 70           32         60       50
> mosaicplot(meteo)
```

ES. PRECIPITAZIONI INVERNALI E TEMPERATURE ESTIVE

```
> testchiq=chisq.test(meteo)
> testchiq
        Pearson's Chi-squared test
 data:  meteo
X-squared = 6.3715, df = 6, p-value = 0.3829
```

 # I GRADI DI LIBERTA' SONO 6 PERCHE' DATI DA (r-1)*(c*1)=(4-1)*(3-1)
POICHE' IL VALORE CALCOLATO DEL CHI-QUADRATO E' 6.3715, INFERIORE ALLA SOGLIA CRITICA DI 16,81 VALIDO ALL'1% PER 6 G.D.L., SI ACCETTA L'IPOTESI NULLA DI INDIPENDENZA A LIVELLO DELL'1%. LA STESSA COSA VALE PER LA SOGLIA PER IL LIVELLO DI SIGNIFICATIVITA' DEL 5% E 6 G.D.L., IN QUANTO IL CHI-QUADRATO CALCOLATO E' SUPERIORE A 12,59
PROVIAMO COMUNQUE A CALCOLARE IL V DI CRAMER

	alpha (significatività)	
g.d.l.	**1%**	**5%**
1	6,64	3,84
2	9,21	5,99
3	11,35	7,82
4	13,28	9,49
5	15,09	11,07
6	16,81	12,59
7	18,48	14,07
8	20,09	15,51
9	21,67	16,92
10	23,21	18,31

ES. PRECIPITAZIONI INVERNALI E TEMPERATURE ESTIVE

 # CALCOLIAMO IL VALORE DELLA STATISTICA V DI CRAMER

```
> chiquadrato= testchiq$statistic
> chiquadrato
X-squared
6.371519
```

 # IL TOTALE DI ELEMENTI PRESENTI SI OTTIENE IN QUESTO MODO:

```
> N = sum(meteo)
> N
[1] 600
```

 # SI SCEGLIE IL MINORE FRA IL NUMERO DI RIGHE E DI COLONNE E SI SOTTRAE 1

```
> V=sqrt( chiquadrato / (N*(3-1)) )
> V
X-squared
0.07286699
```

 # IL RISULTATO PORTA AD AFFERMARE CHE C'È UNA BASSISSIMA CONNESSIONE FRA I DUE FENOMENI. IN ALTRE PAROLE NON SEMBRA ESSERCI UN LEGAME FRA LA QUANTITA' DI PIOGGIA CHE CADE IN INVERNO E LE TEMPERATURE MEDIE DELLE ESTATI SUCCESSIVE.