



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI VERONA

PROBABILITA' E STATISTICA

Docente: Bruno Gobbi

ESERCIZI RIEPILOGATIVI SU REGRESSIONE LINEARE

ESERCIZIO 1

| X | Y |
|----------|----------|
| 1 | 9 |
| 5 | 17 |
| 7 | 29 |
| 12 | 42 |

Sui dati presentati in tabella calcolare:

- a) i parametri della retta interpolante $Y'=a+bX$;
- b) il coefficiente di correlazione lineare, commentandolo brevemente;
- c) giudicare la bontà di accostamento del modello teorico.

| X | Y | X * Y | X² | Y² |
|-----------|-----------|--------------|----------------------|----------------------|
| 1 | 9 | 9 | 1 | 81 |
| 5 | 17 | 85 | 25 | 289 |
| 7 | 29 | 203 | 49 | 841 |
| 12 | 42 | 504 | 144 | 1764 |
| 25 | 97 | 801 | 219 | 2975 |

a) Calcolo dei parametri della retta interpolante $Y'=a+bX$:

Calcolo attraverso le formule dirette (ma si poteva anche sviluppare il sistema):

| | | | | | |
|----------|--------------------------------|-----|--------------------|--|--|
| | | | | | |
| $b =$ | $\frac{\text{Cov}(X;Y)}{V(X)}$ | | $a = M(Y) - bM(X)$ | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| $M(X) =$ | $\frac{25}{4}$ | $=$ | 6,25 | | |
| | | | | | |
| $M(Y) =$ | $\frac{97}{4}$ | $=$ | 24,25 | | |

| | | | | | | |
|--|--------------------------------|-----------------|---------------------------|----------------|---------------|--|
| $\text{Cov}(X;Y) = M(X*Y) - M(X)*M(Y) =$ | | $\frac{801}{4}$ | $- 6,25 * 24,25 =$ | 48,6875 | | |
| | | | | | | |
| $V(X) = M(X^2) - M(X)^2 =$ | | $\frac{219}{4}$ | $- 6,25^2 =$ | 15,6875 | | |
| | | | | | | |
| b = | $\frac{\text{Cov}(X;Y)}{V(X)}$ | $=$ | $\frac{48,6875}{15,6875}$ | $=$ | 3,1036 | |
| | | | | | | |
| a = | $M(Y) - bM(X) =$ | | $24,25 - 3,1036*6,25 =$ | 4,8526 | | |

b) Calcolo del coefficiente di correlazione lineare e suo breve commento:

| | | | | | | | | |
|---------------|---|-----------------|--|--|--|--|--|--|
| $r =$ | $\frac{\text{Cov}(X;Y)}{\sigma(X) \sigma(Y)}$ | | | | | | | |
| $V(Y) =$ | $\frac{2975}{4} - 24,25^2 =$ | 155,6875 | | | | | | |
| $\sigma(Y) =$ | $\text{RADQ}(155,6875) =$ | 12,4775 | | | | | | |
| $\sigma(X) =$ | $\text{RADQ}(15,6875) =$ | 3,9607 | | | | | | |
| $r =$ | $\frac{48,6875}{3,9607 * 12,4775} =$ | 0,9852 | Si registra una forte relazione lineare diretta | | | | | |

| | | | | | | | | | |
|---|--------------|---------------|--|--|--|--|--|--|--|
| c) Giudicare la bontà di accostamento del modello teorico: | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| Calcolo il coefficiente di determinazione r^2 | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| $r^2 =$ | $0,9852^2 =$ | 0,9706 | Il modello teorico riesce a spiegare quasi completamente le variazioni di Y | | | | | | |

ESERCIZIO 2

| X | Y |
|----------|----------|
| 2 | 5 |
| 4 | 13 |
| 6 | 25 |
| 11 | 39 |

Sui dati presentati in tabella calcolare:

- a) i parametri della retta interpolante $Y'=a+bX$;
- b) il coefficiente di correlazione lineare, commentandolo brevemente;
- c) giudicare la bontà di accostamento del modello teorico.

| X | Y | X * Y | X² | Y² |
|-----------|-----------|--------------|----------------------|----------------------|
| 2 | 5 | 10 | 4 | 25 |
| 4 | 13 | 52 | 16 | 169 |
| 6 | 25 | 150 | 36 | 625 |
| 11 | 39 | 429 | 121 | 1521 |
| 23 | 82 | 641 | 177 | 2340 |

a) Calcolo dei parametri della retta interpolante $Y'=a+bX$:

Calcolo attraverso le formule dirette (ma si poteva anche sviluppare il sistema):

| | | | | | | |
|----------|--------------------------------|-----|--------------------|--|--|--|
| | | | | | | |
| $b =$ | $\frac{\text{Cov}(X;Y)}{V(X)}$ | | $a = M(Y) - bM(X)$ | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| $M(X) =$ | $\frac{23}{4}$ | $=$ | 5,75 | | | |
| | | | | | | |
| $M(Y) =$ | $\frac{82}{4}$ | $=$ | 20,5 | | | |
| | | | | | | |

| | | | | |
|--|--------------------------------|-----------------|--------------------------|-------------------|
| $\text{Cov}(X;Y) = M(X*Y) - M(X)*M(Y) =$ | | $\frac{641}{4}$ | $- 5,75 * 20,5 =$ | 42,375 |
| | | | | |
| $V(X) = M(X^2) - M(X)^2 =$ | | $\frac{177}{4}$ | $- 5,75^2 =$ | 11,1875 |
| | | | | |
| b = | $\frac{\text{Cov}(X;Y)}{V(X)}$ | $=$ | $\frac{42,375}{11,1875}$ | $=$ 3,7877 |
| | | | | |
| a = | $M(Y) - bM(X) =$ | | $20,5 - 3,7877*5,75 =$ | -1,2793 |

| b) Calcolo del coefficiente di correlazione lineare e suo breve commento: | | | | | | | | |
|---|---|--------------|----------------|--|--|--|--|--|
| $r =$ | $\frac{\text{Cov}(X;Y)}{\sigma(X) \sigma(Y)}$ | | | | | | | |
| $V(Y) =$ | $\frac{2340}{4}$ | $- 20,5^2 =$ | 164,75 | | | | | |
| $\sigma(Y) =$ | $\text{RADQ}(164,75) =$ | | 12,8355 | | | | | |
| $\sigma(X) =$ | $\text{RADQ}(11,1875) =$ | | 3,3448 | | | | | |
| $r =$ | $\frac{42,375}{3,3448 * 12,8355}$ | $=$ | 0,987 | Si registra una forte relazione lineare diretta | | | | |

| | | | | | | | | | |
|---|-------------|---------------|--|--|--|--|--|--|--|
| c) Giudicare la bontà di accostamento del modello teorico: | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| Calcolo il coefficiente di determinazione r^2 | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| $r^2 =$ | $0,987^2 =$ | 0,9742 | Il modello teorico riesce a spiegare quasi completamente le variazioni di Y | | | | | | |