

# Modelli Matematici per la Biologia – Esercitazione 6

## a.a. 2006-2007

Dott. Simone Zuccher

01 Giugno 2007

**Nota.** Queste pagine potrebbero contenere degli errori: chi li trova è pregato di segnalarli all'autore ([zuccher@sci.univr.it](mailto:zuccher@sci.univr.it)).

## 1 Esercizi in preparazione all'esame

### 1.1 Esercizio

Determinare le orbite 3-periodiche del sistema discreto  $([0, 1], 1 - 2|x - 1/2|)$ .

### 1.2 Esercizio

Mostrare che  $\forall x \in \mathbb{R}$  esiste  $\alpha \in (0, 1)$  tale che  $\lim_{n \rightarrow \infty} \cos^n(x) = \alpha$ .

### 1.3 Esercizio

Dato il sistema discreto  $([0, 1], f(x))$  con

$$f(x) = \begin{cases} 2x & 0 \leq x < 1/2 \\ 2(1-x) & 1/2 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

mostrare, studiando graficamente  $f^3(x) = x$ , che il sistema presenta due orbite periodiche di periodo 3 instabili.

### 1.4 Esercizio

Si determinino eventuali cicli limite e la loro natura (stabile/instabile) per il sistema

$$\begin{cases} x' = \frac{x}{2}(x^2 + y^2 - 3) + \frac{x+y}{x^2 + y^2} \\ y' = \frac{y}{2}(x^2 + y^2 - 3) - \frac{x-y}{x^2 + y^2}. \end{cases}$$

## 1.5 Esercizio

Dato il sistema

$$\begin{cases} x' = x - \frac{x^2}{2} - \frac{xy}{x+1} \\ y' = y \frac{x-1}{x+1}, \end{cases}$$

1. si verifichi che i semiassi  $x = 0, (y > 0)$  e  $y = 0, (x > 0)$  sono orbite del sistema;
2. si mostri che un'orbita che "parte" da un punto del primo quadrante rimane in quel quadrante;
3. si studino le curve (isocline) luogo dei punti a tangente orizzontale e verticale;
4. si determinino i punti di equilibrio, nel primo quadrante, e se ne stabilisca la natura;
5. si tracci il ritratto di fase.

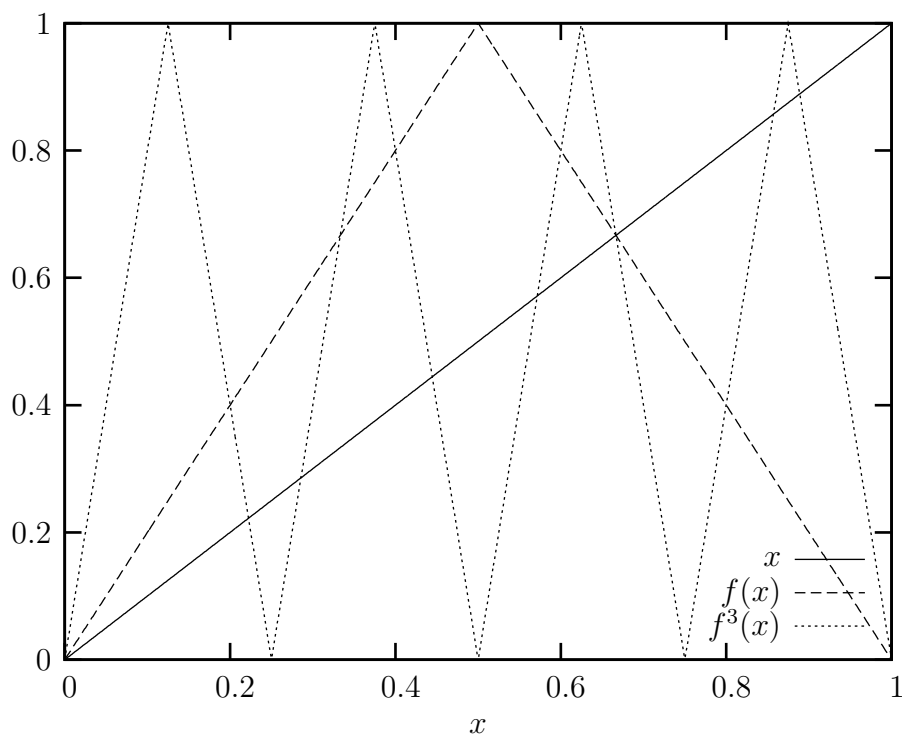


Figura 1: Figura riferita all'esercizio 1.3.