

**UNIVERSITA' DI VERONA**

**FACOLTA' DI SCIENZE MM. FF. NN.**

**CORSO DI LAUREA IN  
MATEMATICA APPLICATA**

**ESAME DI FISICA I**

**PROVA SCRITTA del 24 Giugno 2014**

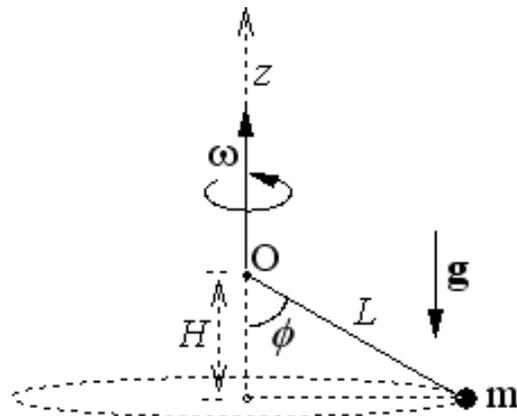
**Cognome e Nome (in stampatello):** .....

**Numero di matricola:** .....

**Premessa:** Gli studenti che hanno sostenuto la prova parziale intermedia e che intendono usare il presente appello scritto come prova parziale finale devono risolvere entrambi i problemi n.2 e n.3.

**Problema n. 1:** Un corpo puntiforme di massa  $m = 1.6 \text{ kg}$  è attaccato all'estremità di un filo ideale (flessibile, inestensibile e di massa trascurabile) e di lunghezza  $L = 1.2 \text{ m}$ . L'altra estremità del filo è ancorata ad un punto fisso O di un asse verticale z attorno a cui il corpo si muove di moto circolare uniforme, con periodo di rivoluzione  $T = 1.1 \text{ s}$ , descrivendo una traiettoria nel piano orizzontale. Assumendo che non esista attrito alcuno, determinare nel sistema di riferimento in coordinate cilindriche  $Or\theta z$ , con origine nel punto O di ancoraggio della fune e asse z coincidente con l'asse di rotazione:

- il diagramma delle forze agenti sul corpo puntiforme;
- l'equazione del moto del corpo, in termini delle sue tre componenti nel sistema di riferimento indicato;
- il modulo della tensione  $T$  della fune;
- la distanza H del punto O dal piano di rotazione del corpo;
- il vettore velocità  $v$  del corpo, espresso in termini delle sue componenti;
- il lavoro necessario per portare il corpo a ruotare di moto circolare uniforme su un nuovo piano orizzontale, che si trova sopra il piano di rotazione di cui al punto d), a distanza  $H/2$  dal punto O.

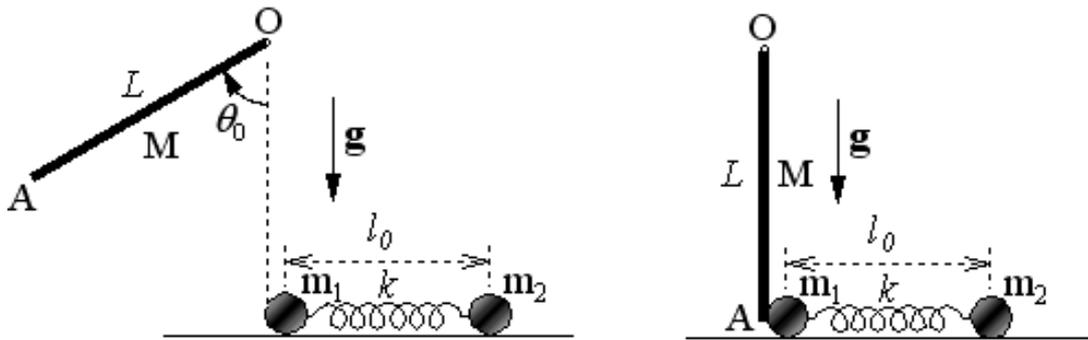


**Suggerimento:** Per derivare le componenti delle forze agenti sul corpo puntiforme di massa  $m$  si utilizzi, oltre ai dati del testo, anche l'angolo  $\phi$  indicato in figura. Il valore di tale angolo non è specificato nel testo, ma può essere calcolato in fase di risoluzione del problema.

**Problema n. 2:** Un'asta sottile AO rigida e omogenea, di massa  $M = 3.6 \text{ kg}$  e lunghezza  $L = 1.2 \text{ m}$  è incernierata ad un perno fisso, coincidente con il suo estremo O, e può ruotare nel piano verticale xy, senza incontrare attrito alcuno. Inizialmente l'asta è mantenuta in quiete in configurazione tale da formare un angolo  $\theta_0 = \pi/3 \text{ rad}$  con la verticale, tramite un opportuno vincolo. Ad un certo istante il vincolo viene rimosso e l'asta si mette in rotazione attorno al perno O. Quando essa raggiunge la configurazione verticale la sua estremità libera A urta centralmente e in modo completamente elastico, un corpo, assimilabile ad un punto materiale, avente massa  $m_1 = 1.2 \text{ kg}$  che si trova in quiete sul piano orizzontale liscio, mettendolo istantaneamente in moto su di esso. Il corpo, a sua volta, è collegato, tramite una molla ideale di lunghezza a riposo  $l_0 = 1 \text{ m}$  e di costante elastica  $k = 180 \text{ Nm}^{-1}$  disposta nello stesso piano di rotazione dell'asta, ad un secondo corpo puntiforme di massa  $m_2 = 2.4 \text{ kg}$ , posto anch'esso in quiete, prima dell'urto, sullo stesso piano orizzontale. Determinare in un sistema di riferimento in coordinate cartesiane ortogonali Oxyz, con l'asse x disposto in direzione parallela al piano orizzontale:

- la velocità angolare  $\omega_p$  dell'asta subito prima dell'urto;
- la velocità angolare  $\omega_d$  dell'asta e la velocità  $v_1$  del corpo di massa  $m_1$  subito dopo l'urto;
- l'impulso  $\mathbf{R}_O$  sviluppato nell'urto dal perno O a cui è incernierata l'asta;

- d) l'equazione del moto relativo, dopo l'urto, dei due corpi collegati dalla molla, in termini della loro massa ridotta;
- e) la legge oraria del moto relativo dei due corpi dopo l'urto, assumendo come istante di riferimento  $t = 0$  l'istante dell'urto tra l'asta e il corpo di massa  $m_1$ .
- Da ultimo, si chiede di determinare:
- f) la legge oraria di ciascuno dei due corpi nel sistema del loro centro di massa.



**Problema n. 3:** Un sistema materiale è costituito da due particelle 1 e 2, di uguale massa  $m_1 = m_2 = 2 \text{ kg}$ , collegate da un'asta rigida, di massa trascurabile e di lunghezza  $L = 0.6 \text{ m}$ , che può ruotare nel piano orizzontale  $xy$ , attorno ad un asse verticale passante per il centro di massa del sistema di particelle, tramite una cerniera liscia  $C$ , pure di massa trascurabile. La cerniera  $C$  può scorrere, senza incontrare attrito alcuno, su una guida circolare fissa, di centro  $O$  e raggio  $R = 1.5 \text{ m}$ , disposta anch'essa nel piano orizzontale  $xy$ . Inizialmente il sistema è in quiete, con le due particelle poste entrambe sull'asse  $x$ . All'istante  $t = 0$  viene trasmesso, alla particella  $m_1$  più vicina al punto  $O$ , un impulso istantaneo  $\mathbf{J} = 2.4 \text{ kg m s}^{-1} \mathbf{j}$  che mette in moto il sistema sul piano orizzontale (vedi figura). Con riferimento al moto del sistema dopo l'applicazione dell'impulso, determinare nel sistema di riferimento in coordinate cartesiane ortogonali  $Oxyz$ :

- la velocità angolare  $\boldsymbol{\Omega}$  di rotazione del centro di massa del sistema attorno al punto  $O$ ;
- la legge oraria  $\mathbf{r}_{CM}$  del centro di massa del sistema espressa in termini delle sue componenti cartesiane  $x_{CM}$  e  $y_{CM}$ ;
- la reazione  $\mathbf{N}$  sviluppata dalla guida circolare sulla cerniera  $C$  durante il moto del sistema;
- il momento orbitale  $\mathbf{L}_{CM,O}$  del centro di massa del sistema rispetto al polo  $O$ ;
- il momento angolare intrinseco  $\mathbf{L}_{CM}^{INT}$  del sistema;
- il modulo della tensione  $\mathbf{T}$  dell'asta che collega le due particelle;
- l'energia meccanica totale del sistema.

