

PROBABILITA' E STATISTICA

Prova del 11/09/2017

Traccia A

ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:

- la media aritmetica, la media armonica, la media geometrica e la media quadratica;
- la mediana e la moda;
- lo scarto quadratico medio.

X	f	X*f	f/X	ln(X)	ln(X)*f	X ²	X ² *f
2	15	30	7,50	0,6931	10,3972	4	60
3	25	75	8,33	1,0986	27,4653072	9	225
10	57	570	5,70	2,3026	131,24735	100	5.700
12	53	636	4,42	2,4849	131,7001	144	7.632
	150	1311	25,95	6,5793	300,8099		13.617

a) *Calcolo della media aritmetica, armonica, geometrica e quadratica:*

$$M(X) = \frac{\sum X * f}{\sum f} = \frac{1311}{150} = 8,7400$$

$$Ma(X) = \frac{\sum f}{\sum f/x} = \frac{150}{26,0} = 5,7803$$

$$\ln(Mg(X)) = \frac{\sum \ln(X) * f}{\sum f} = \frac{300,8099}{150} = 2,0054 \quad Mg(X) = e^{2,0054} = 7,4291$$

$$M_2(X) = \sqrt{\frac{\sum X^2 * f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{13617}{150}} = 9,5279$$

b) *Calcolo della mediana e della moda:*

$$X_{75^\circ} \leq \text{mediana} \leq X_{76^\circ} : \text{me} = 10$$

$$\text{moda} = 10$$

c) *Calcolo dello scarto quadratico medio:*

$$V(X) = M(X^2) - m(X)^2 = 13617/150 - 8,74^2 = 14,3924$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = 3,7937$$

ESERCIZIO 2

X	Y	X * Y	X ²	Y ²
26	72	1.872	676	5.184
18	44	792	324	1.936
14	36	504	196	1.296
10	21	210	100	441
68	173	3.378	1.296	8.857

Sui dati presentati in tabella calcolare i parametri della retta interpolante $Y'=a+bX$

$$b = \frac{\text{Cov}(X;Y)}{V(X)} \quad a = M(Y) - bM(X)$$

$$M(X) = \frac{68}{4} = 17$$

$$M(Y) = \frac{173}{4} = 43,25$$

$$\text{Cov}(X;Y) = M(X*Y) - M(X)*M(Y) = \frac{3378}{4} - 17 * 43,25 = 109,2500$$

$$V(X) = M(X^2) - M(X)^2 = \frac{1296}{4} - 17^2 = 35,0000$$

$$b = \frac{\text{Cov}(X;Y)}{V(X)} = \frac{109,25}{35} = 3,1214$$

$$a = M(Y) - bM(X) = 43,25 - (3,1214) * 17 = -9,8143$$

ESERCIZIO 3

Data una V.C. Normale con media 80 e deviazione standard pari a 10, calcolare:

- a) $P(X) > 90$
- b) $P(X) < 75$
- c) $70 < P(X) < 90$

Effettuando la standardizzazione ed utilizzando le relative tavole:

$$\begin{aligned} \text{a) } P(X) > 90 \\ P(X > 90) = P(u > (90-80)/10) = P(u > 1) = 0,5 - 0,3413 = \mathbf{0,1587} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(X) < 75 \\ P(X < 75) = P(u < (75-80)/10) = P(u < -0,5) = 0,5 - 0,1915 = \mathbf{0,3085} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 70 < P(X) < 90 \\ P(70 < X < 90) = P((70-80)/10 < u < (90-80)/10) = P(-1 < u < 1) = 0,3413 + 0,3413 = \mathbf{0,6826} \end{aligned}$$

ESERCIZIO 4 - LAB

Utilizzando la stessa variabile casuale proposta nell'esercizio 3, disegnarne il grafico e calcolare le medesime probabilità tramite R-Studio.

```
# CREO L'ASSE DELLE X
x=seq(0, 160, by = 0.01)

# CREO LA DISTRIBUZIONE NORMALE
normale=dnorm(x, 80, 10)

# CREO IL GRAFICO
plot(x, normale, type = "l", xlab="x", ylab = "densità di probabilità")

# A - CALCOLO  $P(X) > 90$ 
pnorm(90, 80, 10, lower.tail=FALSE)

# B - CALCOLO  $P(X) < 75$ 
pnorm(75, 80, 10)

# C - CALCOLO  $70 < P(X) < 90$ 
pnorm(90, 80, 10) - pnorm(70, 80, 10)
```

ESERCIZIO 5 - LAB

```
# CREO I VETTORI DEI DATI
dati=c(26, 33, 24, 15, 44, 31, 40, 28, 25, 27)

# EFFETTUO IL TEST UNILATERALE PER VERIFICARE L'IPOTESI:
# H0:  $\mu=30$                     H1:  $\mu>30$ 
t.test(dati, mu=30, conf.level=0.95, alternative="greater")
```

PROBABILITA' E STATISTICA

Prova del 11/09/2017

Traccia B

ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:

- la media aritmetica, la media armonica, la media geometrica e la media quadratica;
- la mediana e la moda;
- lo scarto quadratico medio.

X	f	X*f	f/X	ln(X)	ln(X)*f	X ²	X ² *f
4	20	80	5,00	1,3863	27,7259	16	320
7	30	210	4,29	1,9459	58,3773045	49	1.470
9	23	207	2,56	2,1972	50,5361653	81	1.863
11	17	187	1,55	2,3979	40,7642	121	2.057
	90	684	13,39	7,9273	177,4036		5.710

a) *Calcolo della media aritmetica, armonica, geometrica e quadratica:*

$$M(X) = \frac{\sum X * f}{\sum f} = \frac{684}{90} = 7,6000$$

$$Ma(X) = \frac{\sum f}{\sum f/x} = \frac{90}{13,4} = 6,7231$$

$$\ln(Mg(X)) = \frac{\sum \ln(X) * f}{\sum f} = \frac{177,4036}{90} = 1,9712 \quad Mg(X) = e^{1,9712} = 7,1789$$

$$M_2(X) = \sqrt{\frac{\sum X^2 * f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{5710}{90}} = 7,9652$$

b) *Calcolo della mediana e della moda:*

$$X_{45} \leq \text{mediana} \leq X_{46} : me = 7$$

$$\text{moda} = 7$$

c) *Calcolo dello scarto quadratico medio:*

$$V(X) = M(X^2) - m(X)^2 = 5710/90 - 7,6^2 = 5,6844$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = 2,3842$$

ESERCIZIO 2

X	Y	X * Y	X ²	Y ²
8	44	352	64	1.936
10	56	560	100	3.136
13	70	910	169	4.900
18	100	1.800	324	10.000
49	270	3.622	657	19.972

Sui dati presentati in tabella calcolare i parametri della retta interpolante $Y'=a+bX$

$$b = \frac{\text{Cov}(X;Y)}{V(X)} \quad a = M(Y) - bM(X)$$

$$M(X) = \frac{49}{4} = 12,25$$

$$M(Y) = \frac{270}{4} = 67,5$$

$$\text{Cov}(X;Y) = M(X*Y) - M(X)*M(Y) = \frac{3622}{4} - 12,25 * 67,5 = 78,6250$$

$$V(X) = M(X^2) - M(X)^2 = \frac{657}{4} - 12,25^2 = 14,1875$$

$$b = \frac{\text{Cov}(X;Y)}{V(X)} = \frac{78,625}{14,1875} = 5,5419$$

$$a = M(Y) - bM(X) = 67,5 - (5,5419) * 12,25 = -0,3877$$

ESERCIZIO 3

Data una V.C. Normale con media 70 e deviazione standard pari a 6, calcolare:

- a) $P(X) > 82$
- b) $P(X) < 82$
- c) $64 < P(X) < 76$

Effettuando la standardizzazione ed utilizzando le relative tavole:

$$\begin{aligned} \text{a) } P(X) > 82 \\ P(X > 82) = P(u > (82-70)/6) = P(u > 2) = 0,5 - 0,4772 = \mathbf{0,0228} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(X) < 82 \\ P(X < 82) = P(u < (82-70)/6) = P(u < 2) = 0,5 + 0,4772 = \mathbf{0,9772} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 64 < P(X) < 76 \\ P(64 < X < 76) = P((64-70)/6 < u < (76-70)/6) = P(-1 < u < 1) = 0,3413 + 0,3413 = \mathbf{0,6826} \end{aligned}$$

ESERCIZIO 4 - LAB

Utilizzando la stessa variabile casuale proposta nell'esercizio 3, disegnarne il grafico e calcolare le medesime probabilità tramite R-Studio.

```
# CREO L'ASSE DELLE X  
x=seq(0, 140, by = 0.01)
```

```
# CREO LA DISTRIBUZIONE NORMALE  
normale=dnorm(x, 70, 6)
```

```
# CREO IL GRAFICO  
plot(x, normale, type = "l", xlab="x", ylab = "densità di probabilità")
```

```
# A - CALCOLO  $P(X) > 82$   
pnorm(82, 70, 6, lower.tail=FALSE)
```

```
# B - CALCOLO  $P(X) < 82$   
pnorm(82, 70, 6)
```

```
# C - CALCOLO  $64 < P(X) < 76$   
pnorm(76, 70, 6) - pnorm(64, 70, 6)
```

ESERCIZIO 5 - LAB

```
# CREO I VETTORI DEI DATI  
dati=c(42, 35, 26, 43, 30, 25, 28, 28, 27, 29)
```

```
# EFFETTUA IL TEST UNILATERALE PER VERIFICARE L'IPOTESI:  
# H0:  $\mu=31$                     H1:  $\mu>31$   
t.test(dati, mu=31, conf.level=0.95, alternative="greater")
```

PROBABILITA' E STATISTICA

Prova del 11/09/2017

Traccia C

ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:

- la media aritmetica, la media armonica, la media geometrica e la media quadratica;
- la mediana e la moda;
- lo scarto quadratico medio.

X	f	X*f	f/X	ln(X)	ln(X)*f	X ²	X ² *f
1	40	40	40,00	0,0000	0,0000	1	40
5	10	50	2,00	1,6094	16,0943791	25	250
12	33	396	2,75	2,4849	82,0019194	144	4.752
15	27	405	1,80	2,7081	73,1174	225	6.075
	110	891	46,55	6,8024	171,2137		11.117

a) *Calcolo della media aritmetica, armonica, geometrica e quadratica:*

$$M(X) = \frac{\sum X * f}{\sum f} = \frac{891}{110} = 8,1000$$

$$Ma(X) = \frac{\sum f}{\sum f/x} = \frac{110}{46,6} = 2,3631$$

$$\ln(Mg(X)) = \frac{\sum \ln(X) * f}{\sum f} = \frac{171,2137}{110} = 1,5565 \quad Mg(X) = e^{1,5565} = 4,7421$$

$$M_2(X) = \sqrt{\frac{\sum X^2 * f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{11117}{110}} = 10,0530$$

b) *Calcolo della mediana e della moda:*

$$X_{55}^{\circ} \leq \text{mediana} \leq X_{56}^{\circ} : me = 12$$

$$\text{moda} = 1$$

c) *Calcolo dello scarto quadratico medio:*

$$V(X) = M(X^2) - m(X)^2 = 11117/110 - 8,1^2 = 35,4536$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = 5,9543$$

ESERCIZIO 2

X	Y	X * Y	X ²	Y ²
5	60	300	25	3.600
7	50	350	49	2.500
8	28	224	64	784
11	15	165	121	225
31	153	1.039	259	7.109

Sui dati presentati in tabella calcolare i parametri della retta interpolante $Y'=a+bX$

$$b = \frac{\text{Cov}(X;Y)}{V(X)} \quad a = M(Y) - bM(X)$$

$$M(X) = \frac{31}{4} = 7,75$$

$$M(Y) = \frac{153}{4} = 38,25$$

$$\text{Cov}(X;Y) = M(X*Y) - M(X)*M(Y) = \frac{1039}{4} - 7,75 * 38,25 = -36,6875$$

$$V(X) = M(X^2) - M(X)^2 = \frac{259}{4} - 7,75^2 = 4,6875$$

$$b = \frac{\text{Cov}(X;Y)}{V(X)} = \frac{-36,6875}{4,6875} = -7,8267$$

$$a = M(Y) - bM(X) = 38,25 - (-7,8267) * 7,75 = 98,9067$$

ESERCIZIO 3

Data una V.C. Normale con media 60 e deviazione standard pari a 5, calcolare:

- a) $P(X) > 70$
- b) $P(X) < 55$
- c) $50 < P(X) < 65$

Effettuando la standardizzazione ed utilizzando le relative tavole:

$$\begin{aligned} \text{a) } P(X) > 70 \\ P(X > 70) = P(u > (70-60)/5) = P(u > 2) = 0,5 - 0,4772 = \mathbf{0,0228} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(X) < 55 \\ P(X < 55) = P(u < (55-60)/5) = P(u < -1) = 0,5 - 0,3413 = \mathbf{0,1587} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 50 < P(X) < 65 \\ P(50 < X < 65) = P((50-60)/5 < u < (65-60)/5) = P(-2 < u < 1) = 0,4772 + 0,3413 = \mathbf{0,8185} \end{aligned}$$

ESERCIZIO 4 - LAB

Utilizzando la stessa variabile casuale proposta nell'esercizio 3, disegnarne il grafico e calcolare le medesime probabilità tramite R-Studio.

```
# CREO L'ASSE DELLE X  
x=seq(0, 120, by = 0.01)
```

```
# CREO LA DISTRIBUZIONE NORMALE  
normale=dnorm(x, 60, 5)
```

```
# CREO IL GRAFICO  
plot(x, normale, type = "l", xlab="x", ylab = "densità di probabilità")
```

```
# A - CALCOLO  $P(X) > 70$   
pnorm(70, 60, 5, lower.tail=FALSE)
```

```
# B - CALCOLO  $P(X) < 55$   
pnorm(55, 60, 5)
```

```
# C - CALCOLO  $50 < P(X) < 65$   
pnorm(65, 60, 5) - pnorm(50, 60, 5)
```

ESERCIZIO 5 - LAB

```
# CREO I VETTORI DEI DATI  
dati=c(115, 130, 95, 125, 141, 111, 99, 106, 118, 100)
```

```
# EFFETTUA IL TEST UNILATERALE PER VERIFICARE L'IPOTESI:  
# H0:  $\mu=116$             H1:  $\mu>116$   
t.test(dati, mu=116, conf.level=0.95, alternative="greater")
```

PROBABILITA' E STATISTICA

Prova del 11/09/2017

Traccia D

ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:

- la media aritmetica, la media armonica, la media geometrica e la media quadratica;
- la mediana e la moda;
- lo scarto quadratico medio.

X	f	X*f	f/X	ln(X)	ln(X)*f	X ²	X ² *f
2	25	50	12,50	0,6931	17,3287	4	100
7	35	245	5,00	1,9459	68,1068552	49	1.715
10	30	300	3,00	2,3026	69,0775528	100	3.000
14	50	700	3,57	2,6391	131,9529	196	9.800
	140	1295	24,07	7,5807	286,4660		14.615

a) *Calcolo della media aritmetica, armonica, geometrica e quadratica:*

$$M(X) = \frac{\sum X * f}{\sum f} = \frac{1295}{140} = 9,2500$$

$$Ma(X) = \frac{\sum f}{\sum f/x} = \frac{140}{24,1} = 5,8160$$

$$\ln(Mg(X)) = \frac{\sum \ln(X) * f}{\sum f} = \frac{286,4660}{140} = 2,0462 \quad Mg(X) = e^{2,0462} = 7,7383$$

$$M_2(X) = \sqrt{\frac{\sum X^2 * f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{14615}{140}} = 10,2173$$

b) *Calcolo della mediana e della moda:*

$$X_{70}^\circ \leq \text{mediana} \leq X_{71}^\circ : \text{me} = 10$$

$$\text{moda} = 14$$

c) *Calcolo dello scarto quadratico medio:*

$$V(X) = M(X^2) - m(X)^2 = 14615/140 - 9,25^2 = 18,8304$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = 4,3394$$

ESERCIZIO 2

X	Y	X * Y	X ²	Y ²
2	95	190	4	9.025
6	66	396	36	4.356
10	39	390	100	1.521
13	20	260	169	400
31	220	1.236	309	15.302

Sui dati presentati in tabella calcolare i parametri della retta interpolante $Y'=a+bX$

$$b = \frac{\text{Cov}(X;Y)}{V(X)} \quad a = M(Y) - bM(X)$$

$$M(X) = \frac{31}{4} = 7,75$$

$$M(Y) = \frac{220}{4} = 55$$

$$\text{Cov}(X;Y) = M(X*Y) - M(X)*M(Y) = \frac{1236}{4} - 7,75 * 55 = -117,2500$$

$$V(X) = M(X^2) - M(X)^2 = \frac{309}{4} - 7,75^2 = 17,1875$$

$$b = \frac{\text{Cov}(X;Y)}{V(X)} = \frac{-117,25}{17,1875} = -6,8218$$

$$a = M(Y) - bM(X) = 55 - (-6,8218) * 7,75 = 107,8691$$

ESERCIZIO 3

Data una V.C. Normale con media 50 e deviazione standard pari a 6, calcolare:

- a) $P(X) > 56$
- b) $P(X) < 50$
- c) $56 < P(X) < 62$

Effettuando la standardizzazione ed utilizzando le relative tavole:

$$\begin{aligned} \text{a) } P(X) > 56 \\ P(X > 56) = P(u > (56-50)/6) = P(u > 1) = 0,5 - 0,3413 = \mathbf{0,1587} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(X) < 50 \\ P(X < 50) = P(u < (50-50)/6) = P(u < 0) = \mathbf{0,5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 56 < P(X) < 62 \\ P(56 < X < 62) = P((56-50)/6 < u < (62-50)/6) = P(1 < u < 2) = 0,4772 - 0,3413 = \mathbf{0,1359} \end{aligned}$$

ESERCIZIO 4 - LAB

Utilizzando la stessa variabile casuale proposta nell'esercizio 3, disegnarne il grafico e calcolare le medesime probabilità tramite R-Studio.

```
# CREO L'ASSE DELLE X
x=seq(0, 100, by = 0.01)

# CREO LA DISTRIBUZIONE NORMALE
normale=dnorm(x, 50, 6)

# CREO IL GRAFICO
plot(x, normale, type = "l", xlab="x", ylab = "densità di probabilità")

# A - CALCOLO  $P(X) > 56$ 
pnorm(56, 50, 6, lower.tail=FALSE)

# B - CALCOLO  $P(X) < 50$ 
pnorm(50, 50, 6)

# C - CALCOLO  $56 < P(X) < 62$ 
pnorm(62, 50, 6) - pnorm(56, 50, 6)
```

ESERCIZIO 5 - LAB

```
# CREO I VETTORI DEI DATI
dati=c(44, 25, 32, 21, 20, 37, 35, 29, 40, 35)

# EFFETTUO IL TEST UNILATERALE PER VERIFICARE L'IPOTESI:
# H0:  $\mu=33$                     H1:  $\mu>33$ 
t.test(dati, mu=33, conf.level=0.95, alternative="greater")
```