COGNOME	
NOME	
N. MATRICOLA	

OTTIMIZZAZIONE

Verona, 26 marzo 2008

Esercizio n.1

Dati due insiemi convessi $A, B \subset R^n$ dire, giustificando la risposta, se è vero o falso che i seguenti insiemi sono convessi:
(a) $A \cup B$; (b) $A \cap B$; (c) $A \setminus B$; (d) $A \times B$.

Esercizio n.2

Eseguire un'iterazione del metodo di Frank-Wolfe per minimizzare la funzione

$$f(x_1, x_2) = -2x_1^2 - 2x_1x_2 + 4x_2^2 + 3x_1 - 7x_2 + 13$$

sul poliedro di vertici $(-1,5)$, $(2,4)$, $(3,3)$, $(4,2)$ a partire dal punto $x_k = \left(\frac{7}{2}, \frac{5}{2}\right)$, specificando:

- funzione obiettivo linearizzata in x_k;
- $y_k =$ soluzione ottima del problema linearizzato;
- funzione obiettivo ristretta al segmento $[x_k, y_k]$;
- passo a_k e punto successivo x_{k+1}.

Esercizio n.3

Si consideri il seguente problema:

$$\begin{cases} \min[-(x_1-1)^2 - (x_2-2)^2] \\ x_1 - x_2^2 \le 0 \\ x_1 + x_2 \le 2 \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0 \end{cases} ;$$

a) dire se il problema è convesso;
b) discutere la condizione di qualifica dei vincoli (Constraint Qualification) in ogni punto della regione ammissibile;
c) risolvere il problema geometricamente e dire se nel punto di ottimo vale la condizione di Kuhn-Tucker. Dare una giustificazione teorica del risultato trovato;
d) (facoltativo) determinare tutti i punti stazionari del problema.

Esercizio n.4

Scrivere il duale del problema

$$\begin{cases} \min[(x_1-2)^2 + (x_2-1)^2] \\ 4x_1 + 3x_2 \le 6 \\ x_1, x_2 \in S = \{0,1\} \end{cases}$$

e determinare il gap di dualità. Successivamente, sostituire l'insieme S con l'insieme R dei numeri reali e scrivere il duale del problema così ottenuto; quanto vale il gap di dualità?