Numero Seriale: **4**

Risposte ai Quesiti: 1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9: 10:

Nome, Cognome e Matricola:

Università degli Studi di Verona - Corso di Laurea in Informatica

Esame di Analisi Matematica - A.A. 2006/2007, Marco Squassina

Appello d'esame N.4, 4 Settembre 2007 - Sessione autunnale

Indicazioni importanti: Per sostenere l'esame è necessario essere iscritti on-line all'esame. Scrivere nome, cognome e matricola in stampatello. I compiti anonimi non saranno corretti. La durata dell'esame è di **120** min. Nessun libro è consentito. Nessuna calcolatrice grafica è consentita. Scrivere le lettere delle risposte in maiuscolo, in modo chiaro e negli spazi appositi. Restituire solo il presente foglio con le risposte. Annotare e conservare il numero seriale del compito e le risposte date. Le risposte corrette valgono **+7/2** punti. Le risposte errate valgono **-7/6** punti. Le risposte non date valgono **0** punti. Ogni domanda ammette una ed una sola risposta esatta. Se C denota il numero di risposte date corrette e S indica il numero di risposte date errate, il punteggio del compito è dato dalla formula: $P = \frac{7}{2}C - \frac{7}{6}S$.

Quesito 1: Siano z_1, z_2 e z_3 le soluzioni dell'equazione $z^3 = -2i$. Allora $\frac{z_1+z_2+z_3}{z_1z_2z_3}$ vale:

A: $-2^{\frac{1}{3}} + i\sqrt{\frac{3}{2}}2^{\frac{1}{3}}$. B: 0. C: $-2^{\frac{1}{3}} - i\sqrt{\frac{3}{2}}2^{\frac{1}{3}}$. D: $i\sqrt{2}$.

Quesito 2: Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{\log|x+2|}{2x} + \frac{1}{\sqrt{5}|x-1|} + \arctan(e^{-|2x^2|}).$$

Quale delle seguenti rette non è asintoto per f ?

A: $y = 0$. B: $x = 0$. C: $y = \frac{\pi}{2}$. D: $x = 1$.

Quesito 3: Siano $\alpha > 0$ e $\beta > 0$ e si consideri la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^{\beta} \left(\sin \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \frac{1}{\alpha n^3} \right).$$

Allora la serie risulta convergente se

A: $\beta = 2$ e $\alpha = 3$ B: $\beta = 2$ e $\alpha = 4$ C: $\beta = 6$ e $\alpha = 5$ D: $\beta = 3$ e $\alpha = 6$

Quesito 4: Si consideri la successione

$$a_n = 1 - \cos^2 \left(\frac{\pi}{8} + n\pi \right).$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

A: $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \frac{2-\sqrt{2}}{4}$. B: La successione a_n non è limitata. C: La successione a_n è strettamente crescente. D: $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$.

Quesito 5: Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{\log|x+1|}{2x} + \frac{1}{\sqrt{2|x-1|}} + \arctan(e^{-|2x|}).$$

Quale delle seguenti rette non è asintoto per f ?

A: $x = -1$. B: $x = 1$. C: $y = 0$. D: $y = -\frac{\pi}{2}$.

Quesito 6: Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ e consideri la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = 2^{-x} - |x| + \alpha$$

Allora f ha esattamente due zeri distinti se

A: $\alpha < \log_2 \frac{1}{\log 2} - \frac{1}{\log 2}$. B: $\alpha > \log_2 \frac{1}{\log 2} - \frac{1}{\log 2}$. C: $\alpha = 1$. D: $\alpha = \log_2 \frac{1}{\log 2} - \frac{1}{\log 2}$.

Quesito 7: Quale dei seguenti α è soluzione dell'equazione

$$\int_0^\alpha \frac{4x+1}{2x^2+x+3} dx = \ln\left(\frac{4}{3}\right)?$$

A: $\alpha = 1$. B: $\alpha = \frac{3}{2}$. C: $\alpha = 2$. D: $\alpha = \frac{1}{2}$.

Quesito 8: Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione pari e continua e supponiamo che

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty.$$

Allora si può affermare che:

A: f è derivabile in 0. B: f è illimitata superiormente. C: per $\alpha > 0$ sufficientemente grande $f + \alpha$ ha almeno due zeri. D: f ammette minimo assoluto.

Quesito 9: Quale dei seguenti α è soluzione dell'equazione

$$\int_0^\alpha \ln(x) dx = \alpha \ln(\alpha) - 1?$$

A: $\alpha = 3$. B: $\alpha = 1$. C: $\alpha = \frac{5}{3}$. D: $\alpha = \frac{3}{2}$.

Quesito 10: Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione pari e continua e supponiamo che

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty.$$

Allora si può affermare che:

A: f è illimitata inferiormente. B: per $\alpha > 0$ sufficientemente grande $f + \alpha$ ha almeno due zeri. C: f ammette minimo assoluto. D: f è derivabile in 0.

Quesito 11: Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{2}{\sqrt{|x|}} + \log(x+2).$$

Allora:

A: $\lim_{x \rightarrow -2^-} f'(x) = +\infty$. B: $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = +\infty$. C: $\lim_{x \rightarrow 1^+} f'(x) = 1$. D: $\lim_{x \rightarrow -2^+} f'(x) = +\infty$.

Quesito 12: Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ e consideri la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = 2^{-x} - |x| + \alpha$$

Allora f ha esattamente uno zero se

A: $\alpha > \log_2 \frac{1}{\log 2} - \frac{1}{\log 2}$. B: $\alpha = \log_2 \frac{1}{\log 2} - \frac{1}{\log 2}$. C: $\alpha > -1$. D: $\alpha < \log_2 \frac{1}{\log 2} - \frac{1}{\log 2}$.

Quesito 13: Sia $f : [0, 6] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua e derivabile due volte su $]0, 6[$ e supponiamo che

$$f(0) < 0, \quad f(2) > 0, \quad f(4) < 0, \quad f(6) > 0.$$

Allora si può affermare che:

A: f ha almeno quattro punti stazionari in $]0, 6[$. B: f'' non si annulla mai su $]0, 6[$. C: f ha almeno tre punti stazionari in $]0, 6[$. D: f ha almeno due punti stazionari in $]0, 6[$.

Quesito 14: Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{|x|}} + \log(x + 3).$$

Allora:

A: $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = +\infty$. B: $\lim_{x \rightarrow 1^+} f'(x) = 1$. C: $\lim_{x \rightarrow 0^-} f'(x) = -\infty$. D: $\lim_{x \rightarrow -3^+} f'(x) = +\infty$.

Quesito 15: Siano $\alpha > 0$ e $\beta > 0$ e si consideri la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^\beta \left(\sin \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \frac{1}{\alpha n^3} \right).$$

Allora la serie risulta convergente se

A: $\beta = 3$ e $\alpha = 2$ B: $\beta = 6$ e $\alpha = 5$ C: $\beta = 1$ e $0 < \alpha < 2$ D: $\beta = 2$ e $\alpha = 2$

Quesito 16: Siano $\alpha > 0$ e $\beta > 0$ e si consideri la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^\beta \left(\sin \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \frac{1}{\alpha n^3} \right).$$

Allora la serie risulta convergente se

A: $\beta = 6$ e $\alpha = 6$ B: $\beta = 2$ e $\alpha = 2$ C: $\beta = 6$ e $\alpha = 4$ D: $\beta = \frac{1}{2}$ e $0 < \alpha < 4$

Quesito 17: L'integrale improprio:

$$\int_0^{+\infty} \frac{\arctan(x-1)}{x^\alpha (x^2-1)^2} dx$$

risulta convergente se e solo se

A: $\alpha \in [1, \infty)$. B: $\alpha \in [-1, 1]$. C: $\alpha \in (-\infty, -1]$. D: mai.

Quesito 18: Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{\log|x+1|}{2x} + \frac{1}{\sqrt{|x-1|}} + \arctan(e^{-|x|}).$$

Quale delle seguenti rette non è asintoto per f ?

A: $x = -1$. B: $y = 0$. C: $y = \frac{\pi}{2}$. D: $x = 1$.

Quesito 19: Si consideri la successione

$$a_n = 1 - \cos^2\left(\frac{\pi}{4} + n\pi\right).$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

A: La successione a_n non è limitata. B: $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 1$. C: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{n} = 0$. D: La successione a_n è strettamente crescente.

Quesito 20: Siano $\alpha > 0$ e $\beta > 0$ e si consideri la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^\beta \left(\sin \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \frac{1}{\alpha n^3} \right).$$

Allora la serie risulta convergente se

A: $\beta = 3$ e $\alpha = 5$ B: $\beta = 2$ e $\alpha = 3$ C: $\beta = 6$ e $\alpha = 6$ D: $\beta = 1$ e $\alpha = 1$

Quesito 21: Quante soluzioni ha l'equazione

$$\int_{-\alpha}^{\alpha} (\sin(x) + x + 3) dx = \ln(\arctan(5))?$$

A: 2. B: 3. C: 1. D: 0.

Quesito 22: Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{\log|x+1|}{x} + \frac{1}{\sqrt{|x-1|}} + \arcsin(e^{-|x|}).$$

Quale delle seguenti retti non è asintoto per f ?

A: $x = 0$. B: $x = -1$. C: $x = 1$. D: $y = 0$.

Quesito 23: Siano z_1, z_2 e z_3 le soluzioni dell'equazione $z^3 = i$. Allora $\frac{z_1+z_2+z_3}{z_1 z_2 z_3}$ vale:

A: $-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$. B: $-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$. C: 0. D: $-i$.

Quesito 24: Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{|2x|}} + \log(x+4).$$

Allora:

A: $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = -\infty$. B: $\lim_{x \rightarrow 0^-} f'(x) = -\infty$. C: $\lim_{x \rightarrow 4^+} f'(x) = -\infty$. D: $\lim_{x \rightarrow -4^-} f'(x) = 1$.

Quesito 25: Siano z_1, z_2 e z_3 le soluzioni dell'equazione $z^3 = 2$. Allora $\frac{z_1+z_2+z_3}{z_1 z_2 z_3}$ vale:

A: $2^{\frac{1}{3}} + i\frac{\sqrt{3}}{2}2^{\frac{1}{3}}$. B: $2^{\frac{1}{3}} - i\frac{\sqrt{3}}{2}2^{\frac{1}{3}}$. C: 0. D: $\sqrt{2}$.

Quesito 26: Quale dei seguenti α è soluzione dell'equazione

$$\int_0^{\alpha} \frac{2x+1}{x^2+x+1} dx = \ln 2?$$

A: $\alpha = \frac{\sqrt{7}+2}{2}$. B: $\alpha = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$. C: $\alpha = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$. D: $\alpha = 1$.

Quesito 27: Si consideri la successione

$$a_n = \sin\left(\frac{\pi}{4} + n\pi\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} + n\pi\right).$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

A: La successione a_n non è limitata. B: $\lim_{n \rightarrow +\infty} n a_n = 0$. C: $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \frac{1}{2}$. D: La successione a_n è strettamente crescente.

Quesito 28: L'integrale improprio:

$$\int_0^{+\infty} \frac{\arctan(x-1)}{x^\alpha(x^2-1)} dx$$

risulta convergente se e solo se

A: $\alpha \in (-1, 1)$. B: $\alpha \in [1, \infty)$. C: $\alpha \in (-\infty, -1]$. D: $\alpha \in [-1, 1]$.

Quesito 29: Si consideri la successione

$$a_n = \sin\left(\frac{\pi}{2} + n\pi\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} + n\pi\right).$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

A: $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \frac{2}{\sqrt{3}}$. B: La successione a_n non è limitata. C: La successione a_n è strettamente crescente. D: $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 a_n = 0$.

Quesito 30: Per la funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \sin|x| + (x-1)\sin|x-1| + (x-2)^2 \sin|x-2|$$

si ha che:

A: f è derivabile tre volte in 2. B: f è derivabile due volte in 2. C: f è derivabile due volte in 1. D: 0 è punto di flesso a tangente verticale.

Quesito 31: Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ e consideri la funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = 2^{-x} - |x| + \alpha$$

Allora f ha un solo zero se

A: $\alpha \geq -1$. B: $\alpha \leq -1$. C: $\alpha \leq \log_2 \frac{1}{\log 2} - \frac{1}{\log 2}$. D: $\alpha > \log_2 \frac{1}{\log 2} - \frac{1}{\log 2}$.

Quesito 32: Sia $\alpha > 0$. Allora l'integrale improprio:

$$\int_0^{+\infty} \frac{\arctan x - x}{x^\alpha \sqrt{|x-1|}} dx$$

risulta convergente se e solo se

A: $\frac{3}{2} < \alpha < 4$. B: $\alpha \geq 4$. C: $\alpha \leq \frac{3}{4}$. D: $\frac{3}{2} \leq \alpha \leq 4$.

Quesito 33: Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ e consideri la funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = 2^{-x} - |x| + \alpha$$

Allora f ammette tre zeri se e solo se

A: $\alpha \geq \log_2 \frac{1}{\log 2} - \frac{1}{\log 2}$. B: $\alpha \leq \log_2 \frac{1}{\log 2} - \frac{1}{\log 2}$. C: $\alpha \geq -1$. D: $-1 < \alpha < \log_2 \frac{1}{\log 2} - \frac{1}{\log 2}$.

Quesito 34: Per la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \sin |x| + (x - 1) \sin |x - 1| + (x - 2)^2 \sin |x - 2|$$

si ha che:

A: f è derivabile tre volte in 1. B: 0 è un punto di cuspidità per f . C: f è derivabile due volte in 0.
D: f è derivabile in ogni $x \neq 0$.

Quesito 35: Siano $\alpha > 0$ e $\beta > 0$. Allora l'integrale improprio:

$$\int_0^{+\infty} \frac{\arctan^\alpha(x-1)}{\sqrt{x}(x^2-1)^\beta} dx$$

risulta convergente se e solo se

A: $\frac{1}{4} \leq \beta \leq 1 + \alpha$. B: $\beta \geq 1 + \alpha$. C: $\frac{1}{4} < \beta < 1 + \alpha$. D: $\beta > 1 + \alpha$.

Quesito 36: Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{|3x|}} + \log(x+1).$$

Allora:

A: $\lim_{x \rightarrow 0^-} f'(x) = -\infty$. B: $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = +\infty$. C: $\lim_{x \rightarrow -1^-} f'(x) = 1$. D: $\lim_{x \rightarrow -1^+} f'(x) = +\infty$.

Quesito 37: Siano z_1, z_2 e z_3 le soluzioni dell'equazione $z^3 = 1$. Allora $\frac{z_1+z_2+z_3}{z_1 z_2 z_3}$ vale:

A: $\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$. B: 1. C: $-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$. D: 0.

Quesito 38: Per la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \sin |x| + (x - 1) \sin |x - 1| + (x - 2)^2 \sin |x - 2|$$

si ha che:

A: f è derivabile tre volte in 2. B: 0 è un punto angoloso e f è derivabile una sola volta in 1. C: f è derivabile in 0. D: 0 è un punto angoloso e f è derivabile due volte in 1.

Quesito 39: Sia $f : [0, 6] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua e derivabile due volte su $]0, 6[$ e supponiamo che

$$f(0) < 0, \quad f(2) > 0, \quad f(4) < 0, \quad f(6) > 0.$$

Allora si può affermare che:

A: f ha due punti stazionari in $]3, 4[$. B: f ha almeno tre punti stazionari in $]0, 4[$. C: f'' si annulla almeno una volta in $]0, 6[$. D: f' non si annulla mai su $]0, 2[$.

Quesito 40: Per la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \sin |x| + (x - 1) \sin |x - 1| + (x - 2)^2 \sin |x - 2|$$

si ha che:

A: f è derivabile una volta in 1 e due volte in 2. B: f è derivabile due volte in 1. C: f è derivabile in 0. D: f è derivabile tre volte in 2.

BCDADDDCBCDADDCDDCCDCACACCCADBDAADDCCDDBCA