



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI VERONA

LABORATORIO DI PROBABILITA' E STATISTICA

Docente: Bruno Gobbi

Corso di laurea in Informatica e Bioinformatica

7 - ESERCIZI RIEPILOGATIVI SULLE VARIABILI ALEATORIE

ESERCIZIO 1

Si supponga che i dati su un determinato fenomeno di distribuiscano secondo una legge di probabilità di tipo binomiale con parametri $p=0,4$ e $n=10$.

Calcolare i valori di questa distribuzione e rappresentarla graficamente.

LA FUNZIONE `dbinom(k, n, p)`

CREO IL VETTORE DEI k

```
> k=c(0:10)
```

**# CALCOLO LE PROBABILITA' DELLA BINOMIALE
CON LA FUNZIONE `dbinom`**

```
> binom=dbinom(k, 10, 0.4)
```

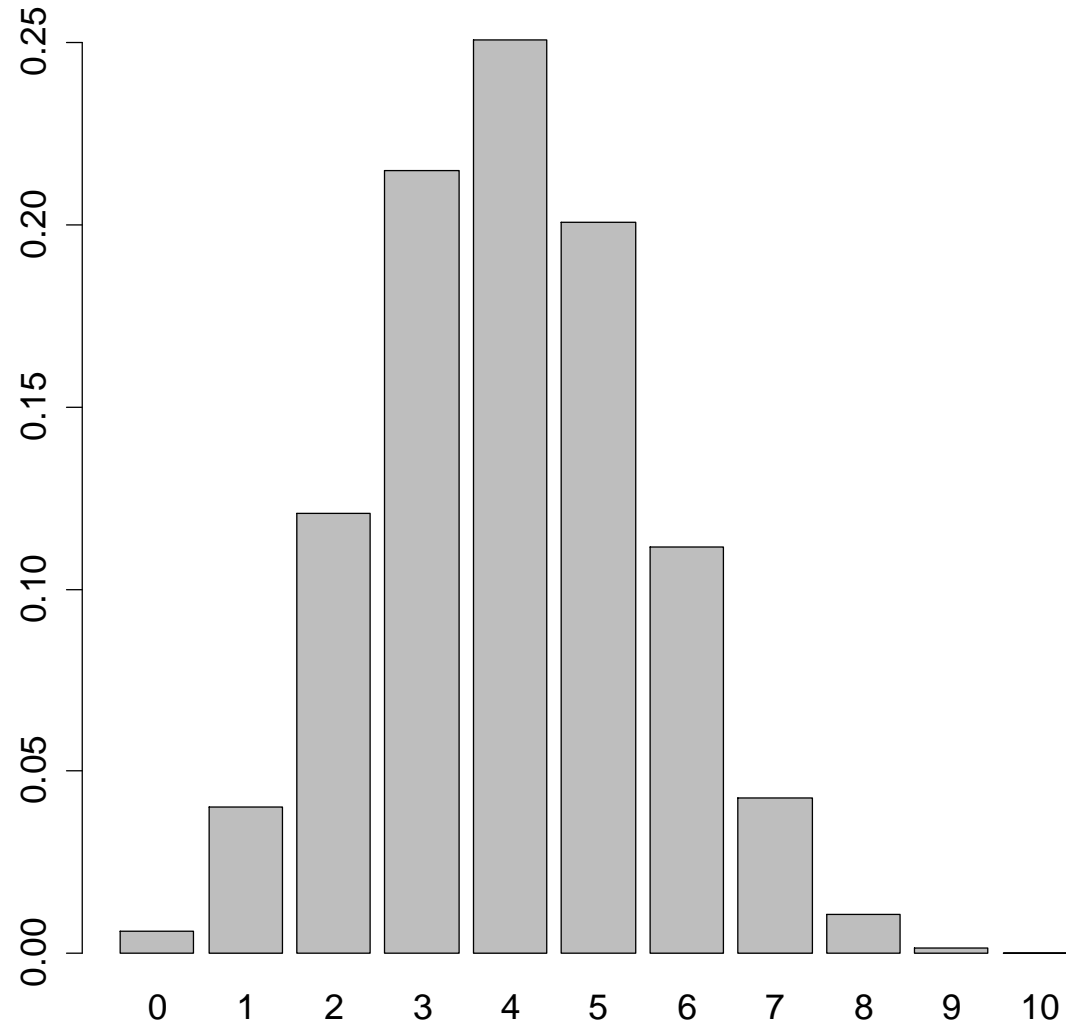
```
> binom
```

```
[1] 0.0060466176 0.0403107840 0.1209323520  
0.2149908480 0.2508226560 0.2006581248  
0.1114767360
```

```
[8] 0.0424673280 0.0106168320 0.0015728640  
0.0001048576
```

DISEGNO IL GRAFICO

```
> barplot(binom, names.arg=k)
```



ESERCIZIO 2

Si ipotizzi di lanciare per 100 volte un dado (regolare) e di voler misurare quante volte si ottiene 6.

Calcolare i valori di questa distribuzione e rappresentarla graficamente.

LA FUNZIONE `dbinom(k, n, p)`

CREO IL VETTORE DEI k

```
> k=c(0:100)
```

**# CALCOLO LE PROBABILITA' DELLA BINOMIALE
CON LA FUNZIONE `dbinom`**

```
> binom=dbinom(k, 100, 1/6)
```

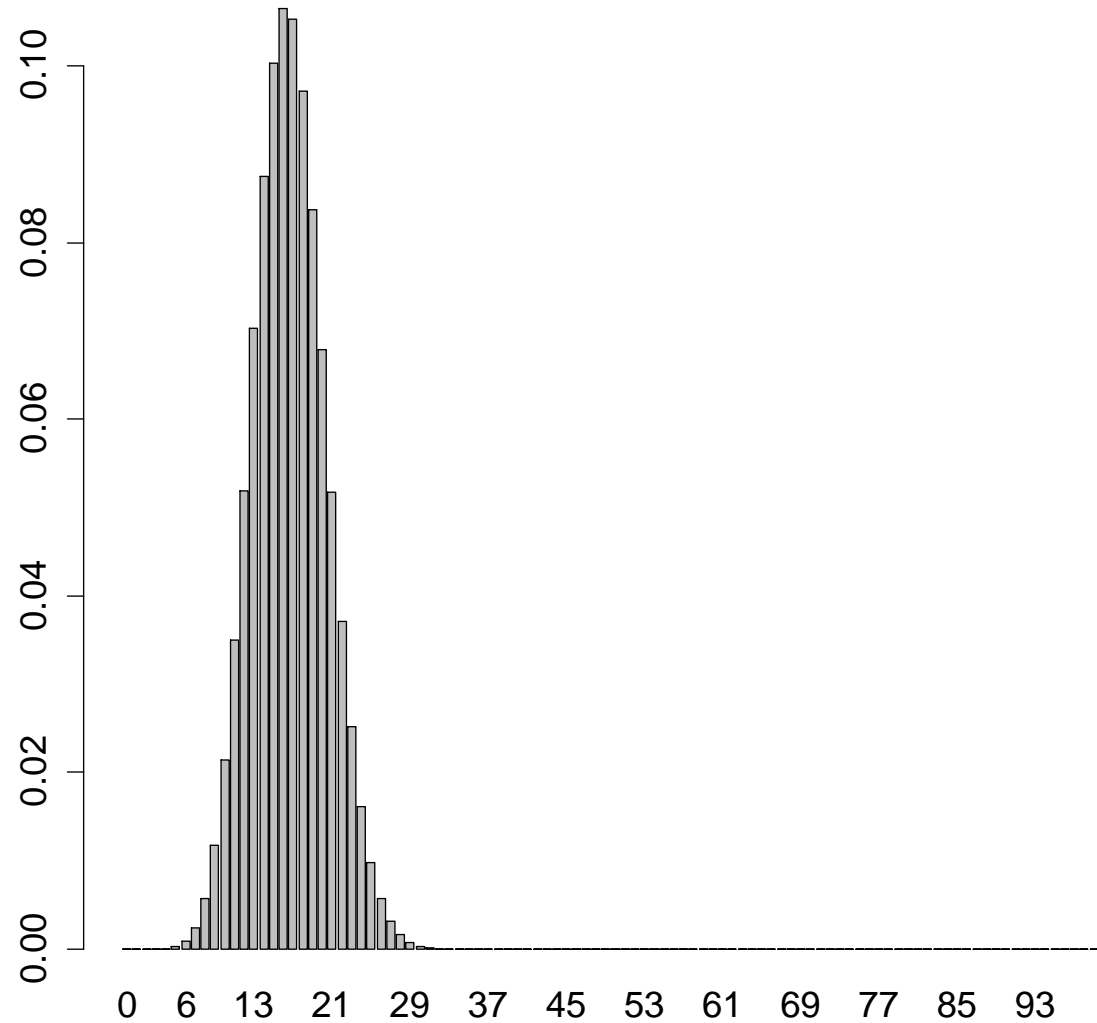
```
> binom
```

```
[1] 1.207467e-08 2.414935e-07 2.390785e-06  
1.561980e-05 7.575602e-05 2.909031e-04  
9.211932e-04
```

```
...
```

DISEGNO IL GRAFICO

```
> barplot(binom, names.arg=k)
```



ESERCIZIO 2a

Sui dati dell'esercizio precedente, calcolare la probabilità di ottenere 6 un numero di volte pari o inferiore a 10 su 100 lanci.

LA FUNZIONE pbinom

**# CALCOLO LA PROBABILITÀ DI OTTENERE 6
UN NUMERO DI VOLTE COMPRESO FRA 0 E 10**

> binom10p=pbinom(10, 100, 1/6)

> binom10p

[1] 0.04269568

**# IN QUESTO CASO SI USA LA FUNZIONE
pbinom PER LA CUMULATA DELLE
PROBABILITA'**

ESERCIZIO 2b

Sui dati dell'esercizio precedente, calcolare:

- ▶ La probabilità di ottenere 6 un numero di volte maggiore di 10
- ▶ La probabilità di ottenere 6 un numero di volte compreso fra 10 e 15

ESERCIZIO 2b

**# CALCOLO LA PROBABILITÀ DI OTTENERE 6
FRA 11 E 100 VOLTE**

```
> 1-pbinom(10, 100, 1/6)
```

```
[1] 0.9573043
```

OPPURE:

```
pbinom(10, 100, 1/6, lower.tail=FALSE)
```

```
[1] 0.9573043
```

**# NOTARE COME CON lower.tail=FALSE IL
NUMERO DA INDICARE NON SIA 11, MA 10**

ESERCIZIO 2b

CALCOLO LA PROBABILITÀ DI OTTENERE UN 6 FRA 10 E 15 VOLTE

> dado15p=pbinom(15, 100, 1/6)

> dado9p=pbinom(9, 100, 1/6)

> dado_da_10_a_15=dado15p-dado9p

> dado_da_10_a_15

[1] 0.3663651

LA PROBABILITA' E' DEL 36,63651%

ESERCIZIO 2c

Sui dati dell'esercizio precedente, calcolare:

- ▶ Il valore mediano
- ▶ Il valore corrispondente al 90% del totale

ESERCIZIO 2c

CALCOLO IL VALORE MEDIANO

```
> dado_mediana=qbinom(0.5, 100, 1/6)
```

```
> dado_mediana
```

```
[1] 17
```

LA FUNZIONE qbinom(percentuale, n, p) E' L'INVERSA DELLA pbinom, RESTITUISCE IL VALORE DI k CORRISPONDENTE AD UNA CERTA PROBABILITA'. AD ES. A 0,5 CORRISPONDE IL VALORE CENTRALE, OSSIA LA MEDIANA.

ESERCIZIO 2c

**# CALCOLO IL VALORE CORRISPONDENTE AL
90% DEL TOTALE DEI VALORI**

```
> dado_90=qbinom(0.9, 100, 1/6)
```

```
> dado_90
```

```
[1] 22
```

ESERCIZIO 3

Si supponga che i dati di una distribuzione seguano lo schema di Poisson con parametro $\lambda=3$.

Descrivere con una opportuna variabile aleatoria la probabilità di avere un numero di x compreso da 0 a 10 e rappresentarla graficamente.

LA FUNZIONE `dpois(k, λ)`

CREO IL VETTORE DEI k

```
> k=c(0:10)
```

CALCOLO LE PROBABILITA' DELLA POISSON CON LA FUNZIONE `dpois`

```
> poisson=dpois(k, 3) # dpois(k, λ)
```

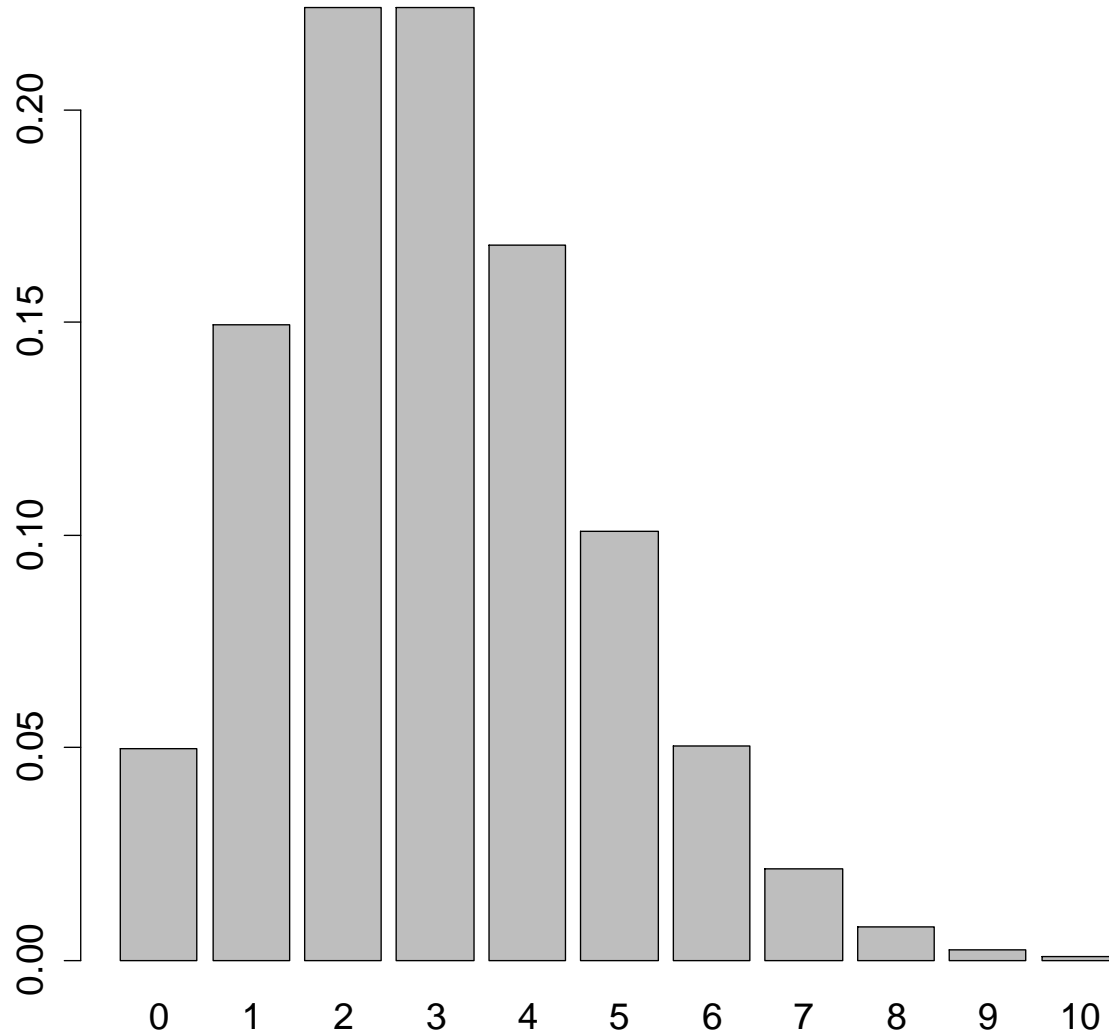
```
> poisson
```

```
[1] 0.0497870684 0.1493612051 0.2240418077  
0.2240418077 0.1680313557 0.1008188134  
0.0504094067
```

```
[8] 0.0216040315 0.0081015118 0.0027005039  
0.0008101512
```

DISEGNO IL GRAFICO

```
> barplot(poisson, names.arg=k)
```



ESERCIZIO 3a

Sui dati dell'esercizio precedente calcolare:

- ▶ La probabilità di $k \leq 3$
- ▶ La probabilità di $k > 3$

ESERCIZIO 3a

CALCOLO LA PROBABILITA' DI $k \leq 3$:

> ppois(3, 3) # ppois(k, λ)

[1] 0.6472319

ESERCIZIO 3a

CALCOLO LA PROBABILITA' DI $k > 3$:

```
> 1-ppois(3, 3)
```

```
[1] 0.3527681
```

OPPURE:

```
> ppois(3, 3, lower.tail=FALSE)
```

```
[1] 0.3527681
```

ESERCIZIO 3b

Sui dati dell'esercizio precedente calcolare:

- ▶ Il valore mediano
- ▶ Il valore corrispondente al 75% della distribuzione

ESERCIZIO 3b

CALCOLO IL VALORE MEDIANO:

```
> qpois(0.5, 3) # qpois(percentuale,  $\lambda$ )
```

```
[1] 3
```

CALCOLO IL VALORE CORRISPONDENTE AL 75% DELLA DISTRIBUZIONE:

```
> qpois(0.75, 3)
```

```
[1] 4
```

ESERCIZIO 4

Ipotizziamo di avere dei dati distribuiti come una normale con media 300 cm e deviazione standard 65 cm (si consiglia asse delle X da 0 a 600).

Disegnare il grafico e calcolare:

- ▶ probabilità $x=500$
- ▶ probabilità di $x \leq 400$
- ▶ probabilità di $x > 350$

ESERCIZIO 4

CREO INNANZITUTTO L'ASSE DELLE X

```
> x=seq(0, 600, 0.01)
```

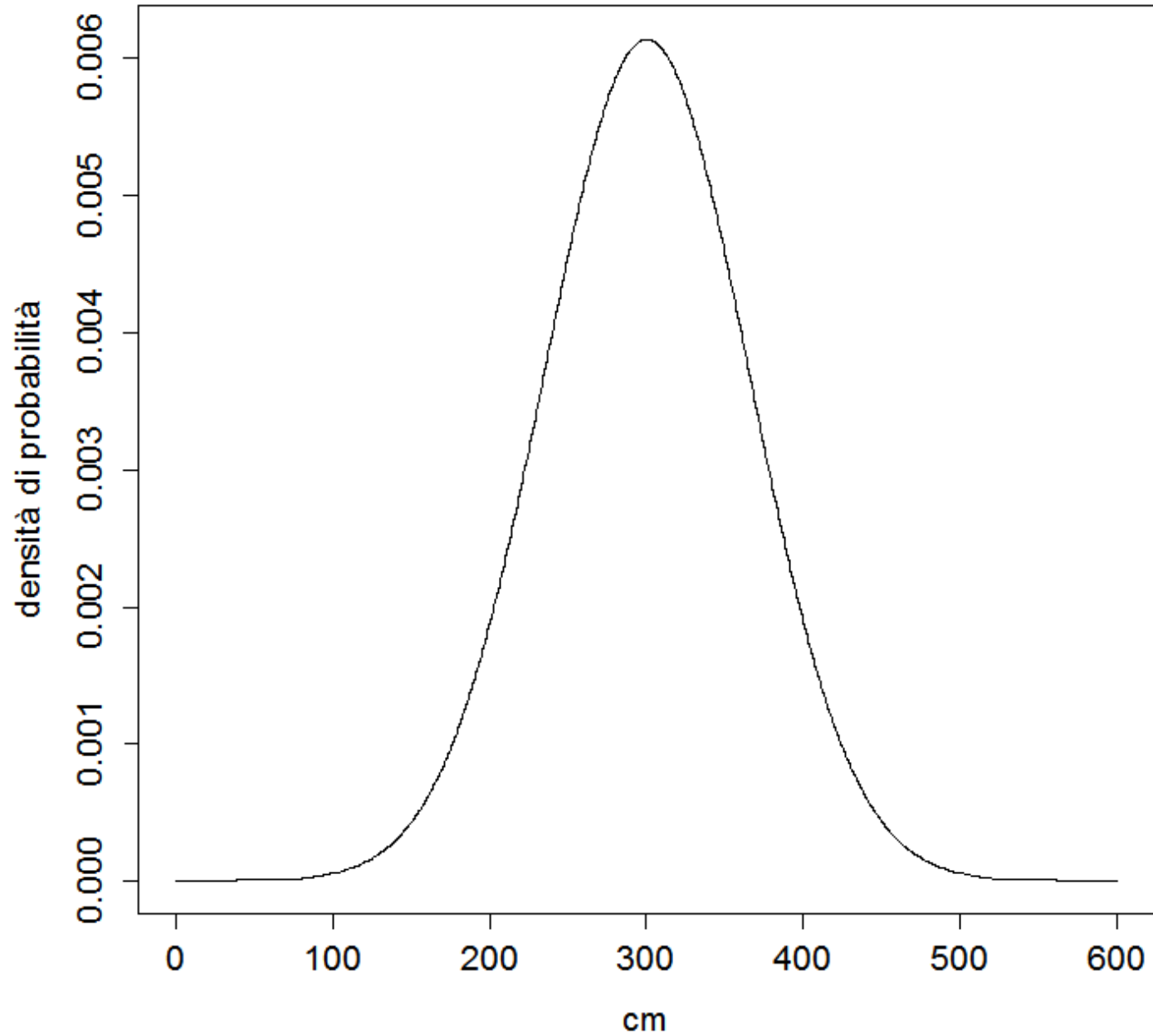
CREO LA DISTRIBUZIONE NORMALE

```
> normale=dnorm(x, 300, 65)
```

CREO IL GRAFICO

```
> plot(x, normale, type = "l", xlab="cm", ylab =  
"densità di probabilità")
```

ESERCIZIO 4



ESERCIZIO 4

PER CONOSCERE LA PROBABILITA'
DI $x = 500$:

```
> dnorm(500, 300, 65)
```

```
[1] 5.397154e-05
```

ESERCIZIO 4

PER CONOSCERE LA PROBABILITA'
DI $x \leq 400$:

```
> pnorm(400, 300, 65)
```

```
[1] 0.9380321
```

ESERCIZIO 4

PER CONOSCERE LA PROBABILITA'
DI $x > 350$:

```
> pnorm(350, 300, 65, lower.tail=FALSE)  
[1] 0.2208782
```

ESERCIZIO 4a

Sui dati dell'esercizio precedente calcolare:

- ▶ probabilità fra 250 e 450
- ▶ il valore mediano
- ▶ il valore corrispondente al 15% della distribuzione

ESERCIZIO 4a

PER CONOSCERE LA PROBABILITA' FRA 250
E 450 CM:

```
> pnorm(450, 300, 65, lower.tail=TRUE) -  
pnorm(250, 300, 65, lower.tail=TRUE)
```

```
[1] 0.7686137
```

ESERCIZIO 4a

LA MEDIANA E':

```
> qnorm(0.5, 300, 65)
```

```
[1] 300
```

IL VALORE CORRISPONDENTE AL 15%:

```
> qnorm(0.15, 300, 65)
```

```
[1] 232.6318
```


ESERCIZIO 5

Ipotizziamo di avere dei dati distribuiti come una normale con media 60 cm e deviazione standard 5 cm (si consiglia asse delle X da 0 a 110).

Disegnare il grafico e calcolare:

- ▶ probabilità $x=50$
- ▶ probabilità di $x \leq 45$
- ▶ probabilità di $x > 60$

ESERCIZIO 5

CREO INNANZITUTTO L'ASSE DELLE X

```
> x=seq(0, 110, 0.01)
```

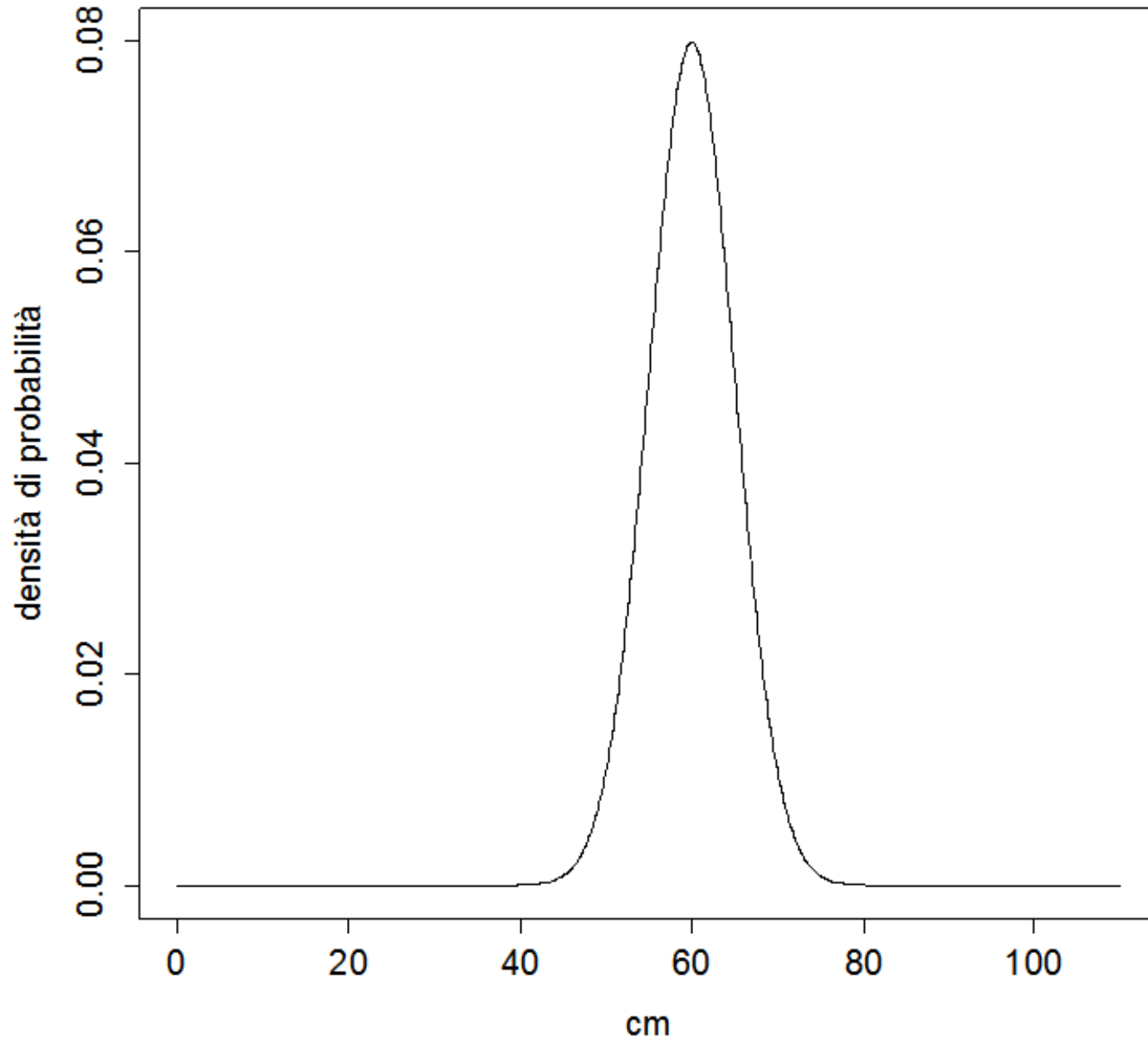
CREO LA DISTRIBUZIONE NORMALE

```
> normale=dnorm(x, 60, 5)
```

CREO IL GRAFICO

```
> plot(x, normale, type = "l", xlab="cm", ylab =  
"densità di probabilità")
```

ESERCIZIO 5



ESERCIZIO 5

PER CONOSCERE LA PROBABILITA'

DI $x = 50$:

```
> dnorm(50, 60, 5)
```

```
[1] 0.01079819
```

ESERCIZIO 5

PER CONOSCERE LA PROBABILITA'
DI $x \leq 45$:

```
> pnorm(45, 60, 5)
```

```
[1] 0.001349898
```

ESERCIZIO 5

**# PER CONOSCERE LA PROBABILITA'
DI $x > 60$:**

```
> pnorm(60, 60, 5, lower.tail=FALSE)
```

```
[1] 0.5
```

ESERCIZIO 5a

Sui dati dell'esercizio precedente calcolare:

- ▶ probabilità fra 61 e 67
- ▶ il valore mediano
- ▶ il primo e il terzo quartile

ESERCIZIO 5a

PER CONOSCERE LA PROBABILITA' FRA 61 E 67 CM:

```
> pnorm(67, 60, 5, lower.tail=TRUE) -  
pnorm(61, 60, 5, lower.tail=TRUE)
```

```
[1] 0.3399836
```


ESERCIZIO 5a

LA MEDIANA E':

```
> qnorm(0.5, 60, 5)
```

```
[1] 60
```

IL PRIMO QUARTILE CORRISPONDE AL 25% DELLA DISTRIBUZIONE:

```
> qnorm(0.25, 60, 5)
```

```
[1] 56.62755
```

IL TERZO QUARTILE CORRISPONDE AL 75% DELLA DISTRIBUZIONE:

```
> qnorm(0.75, 60, 5)
```

```
[1] 63.37245
```

ESERCIZIO 6

Ipotizziamo di avere dei dati distribuiti come una normale con media 1000 cm e deviazione standard 250 cm (si consiglia asse delle X da 0 a 2000).

Disegnare il grafico e calcolare:

- ▶ probabilità $x=1000$
- ▶ probabilità di $x \leq 750$
- ▶ probabilità di $x > 1200$

ESERCIZIO 6

CREO INNANZITUTTO L'ASSE DELLE X

```
> x=seq(0, 2000, 0.01)
```

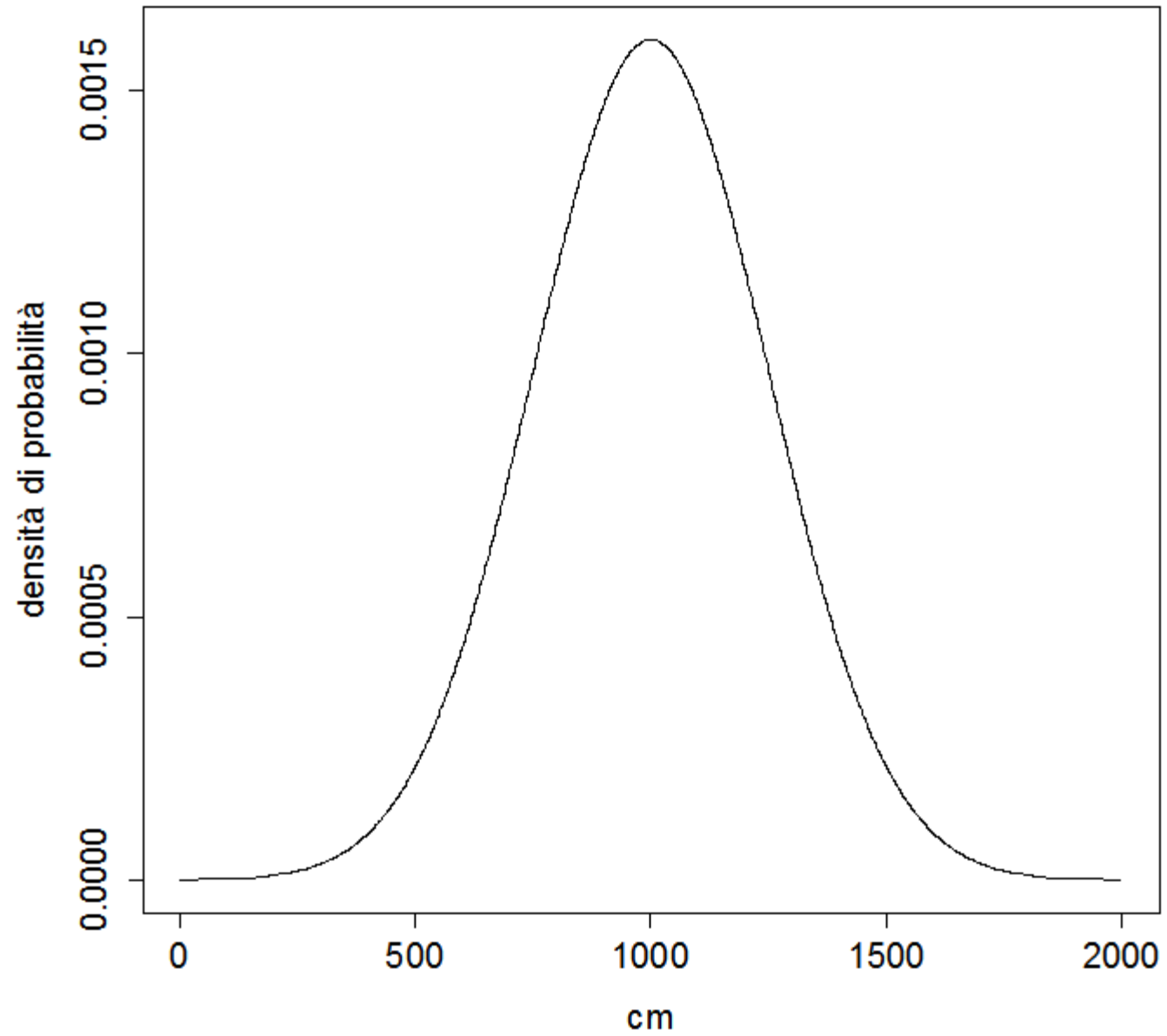
CREO LA DISTRIBUZIONE NORMALE

```
> normale=dnorm(x, 1000, 250)
```

CREO IL GRAFICO

```
> plot(x, normale, type = "l", xlab="cm", ylab =  
"densità di probabilità")
```

ESERCIZIO 6



ESERCIZIO 6

PER CONOSCERE LA PROBABILITA'
DI $x = 1000$:

```
> dnorm(1000, 1000, 250)
```

```
[1] 0.001595769
```

ESERCIZIO 6

PER CONOSCERE LA PROBABILITA'
DI $x \leq 750$:

```
> pnorm(750, 1000, 250)
```

```
[1] 0.1586553
```

ESERCIZIO 6

**# PER CONOSCERE LA PROBABILITA'
DI $x > 1200$:**

```
> pnorm(1200, 1000, 250, lower.tail=FALSE)  
[1] 0.2118554
```

ESERCIZIO 6a

Sui dati dell'esercizio precedente calcolare:

- ▶ probabilità fra 250 e 750
- ▶ il valore mediano
- ▶ il primo e il terzo quartile

ESERCIZIO 6a

**# PER CONOSCERE LA PROBABILITA' FRA 250
E 750 CM:**

```
> pnorm(750, 1000, 250, lower.tail=TRUE)  
-pnorm(250, 1000, 250, lower.tail=TRUE)  
[1] 0.1573054
```

ESERCIZIO 6a

LA MEDIANA E':

```
> qnorm(0.5, 1000, 250)
```

```
[1] 1000
```

IL PRIMO QUARTILE CORRISPONDE AL 25% DELLA DISTRIBUZIONE:

```
> qnorm(0.25, 1000, 250)
```

```
[1] 831.3776
```

IL TERZO QUARTILE CORRISPONDE AL 75% DELLA DISTRIBUZIONE:

```
> qnorm(0.75, 1000, 250)
```

```
[1] 1168.622
```