*Università degli Studi di Verona*
DIPARTIMENTO DI INFORMATICA

# *Appello di Analisi Matematica II (Mod. base) - a.a. 08/09, M. Squassina*

[Corsi di Laurea in Mat. Applicata, Spec. Informatica, Info. Multimediale, Bioinfo]

*Appello d'esame N.1, 8 Gennaio 2009 - Sessione Invernale*

*Nome, Cognome, Matricola, CdL:*

*MatApp? crocia il box* ☐ *Qualifying con* 0, 1 *oppure* 2 *errori? scrivilo nel box* ☐

***Indicazioni:*** Per sostenere l'esame è necessario essere iscritti on-line ed aver passato la fase qualifying. Scrivere *nome*, *cognome*, *matricola* e *corso di laurea* in stampatello. I compiti anonimi *non* saranno corretti. Libri, appunti e calcolatrici grafiche *non* sono consentiti. Punteggio massimo: *+35 punti*.

---

GIUSTIFICARE ACCURATAMENTE TUTTE LE RISPOSTE FORNITE

**Problema 1 [$\leq$ 8pt].** Sia $\alpha > 0$ e si consideri la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{(\alpha^2 x^2+y^2)^{2\alpha}\sin^2(\alpha x)}{1-\cos(\alpha^2 x^2+y^2)} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Determinare i valori di $\alpha$ per cui $f$ è continua in $(0,0)$.

**Problema 2 [$\leq$ 8pt].** Siano $B = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ e $f : B \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x,y) = (x^2+y^2)e^{-x^2-y^2}.$$

Si studino i massimi e minimi assoluti di $f$ su $B$.

**Problema 3 [$\leq$ 8pt].** Si calcoli l'integrale

$$\iint_C ye^{-x^2y^2} + xe^{-(x^2+y^2)^{3/2}} dxdy,$$

dove $C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\} \setminus \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : |y| \leq x\}$.

**Problema 4 [$\leq$ (7+4)pt].** Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ e si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} u'' - (\alpha+1)u' + \alpha u = f(t), & t > 0, \\ u(0) = 1, \\ u'(0) = 0. \end{cases}$$

Per $f(t) = e^{2t}$, si determini la soluzione $u_\alpha$ del problema al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.
Facoltativo: supponendo che $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sia di classe $C^1$ con $f(0) = 0$ e $f'(0) = \alpha$, calcolare il polinomio di Taylor di ordine 3 centrato in $t = 0$ della soluzione $u_\alpha$ del problema.

---

**TEMPO: 2h.** Verona, 8 Gennaio 2009