Corso di Laurea in Matematica Applicata

Probabilità

Esercitazione n. 6 del 24/05/2016

Docente: Bruno Gobbi

V.C. NORMALE, ESPONENZIALE NEGATIVA E UNIFORME CONTINUA

1) La pressione del sangue segue una distribuzione normale con media M(x)=75 mm/hg e σ(x)=8 mm/hg.

Determinare la percentuale di persone con pressione arteriosa:

- **a) Compresa fra 75 e 80**
- **b) Maggiore di 83**
- **c) Compresa fra 70 e 85**
- **d) Minore di 80**
- **e) Minore di 65**

a) Utilizzando le tavole della normale standardizzata:

$$P(75 \le x \le 80) = P(\ (75 - 75)/8 \le u \le (80 - 75)/8) = P(0 \le u \le 0{,}625) = 23{,}24\%$$

b) Maggiore di 83:

$$P(x > 83) = P(u > (83 - 75)/8) = P(u > 1) = 0{,}5 - 0{,}3413 = 15{,}87\%$$

c) Compresa fra 70 e 85:

$$P(70 \leq x \leq 85) = P(\ (70 - 75)/8 \leq u \leq (85 - 75)/8) = P(-0{,}625 \leq u \leq 1{,}25) =$$

$$= 0{,}2324 + 0{,}3944 = 62{,}68\%$$

d) Minore di 80:

$$P(x < 80) = P(u < (80 - 75)/8) = P(u < 0{,}625) = 0{,}5 + 0{,}2324 = 73{,}24\%$$

e) Minore di 65:

$$P(x < 65) = P(u < (65 - 75)/8) = P(u < -1{,}25) = 0{,}5 - 0{,}3944 = 10{,}56\%$$

Dipartimento di Informatica
Collegio didattico di Matematica
Ca' Vignal 2 – Strada Le Grazie, 15 – 37134 | T + 39 045 802 7927
ammin-collegi.dipinfo@ateneo.univr.it
P. IVA 01541040232 | C.F. 93009870234

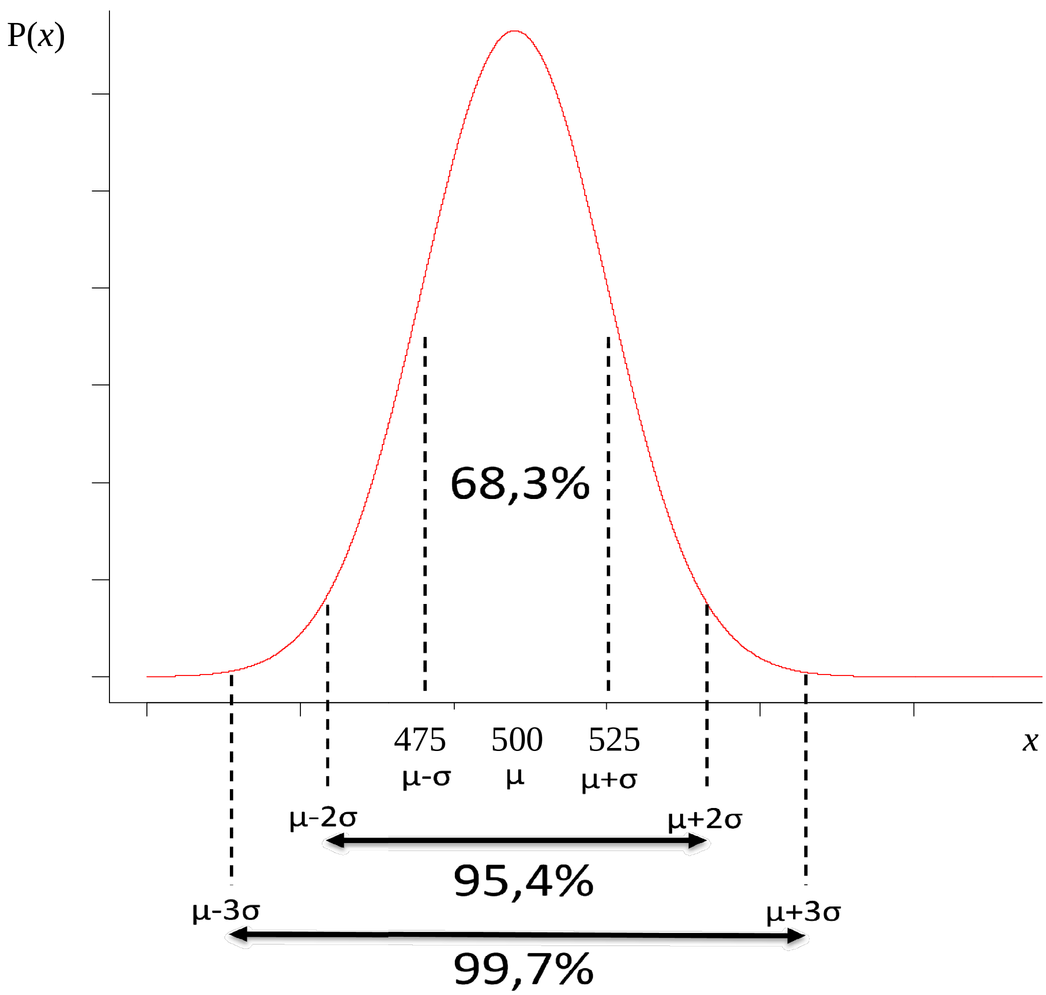
2) Una v.c. Normale ha media pari a 500 e scarto quadratico medio uguale a 25.

a) Rappresentare graficamente la variabile casuale

b) Calcolare la probabilità P(450 < x < 490)

c) Calcolare il 10° e il 70° percentile

a) Una rappresentazione grafica della variabile è la seguente:



Dipartimento di Informatica
Collegio didattico di Matematica
Ca' Vignal 2 – Strada Le Grazie, 15 – 37134 | T + 39 045 802 7927
ammin-collegi.dipinfo@ateneo.univr.it
P. IVA 01541040232 | C.F. 93009870234

b) Calcolare la probabilità compresa fra 450 e 490:

$$P(450 \leq x \leq 490) = P\left((450 - 500)/25 \leq u \leq (490 - 500)/25\right) = P(-2 \leq u \leq 0{,}4) =$$

$$= 0{,}4772 - 0{,}1554 = 32{,}18\%$$

c) Calcolare il 10° e il 70° percentile:

Poiché con la standardizzazione $u = (x - \mathrm{m}) / \sigma$:

$$-1{,}28 = (x - 500) / 25$$

$$x_{10\%} = 468$$

e

$$0{,}52 = (x - 500) / 25$$

$$x_{70\%} = 513$$

Dipartimento di Informatica
Collegio didattico di Matematica
Ca' Vignal 2 – Strada Le Grazie, 15 – 37134 | T + 39 045 802 7927
ammin-collegi.dipinfo@ateneo.univr.it
P. IVA 01541040232 | C.F. 93009870234

3) Da una popolazione viene estratto con reinserimento un campione di 1000 persone. Si sa che la proporzione di individui con i capelli biondi è pari a *p*=20%.

Descrivere con una opportuna v.c. la probabilità:

a) Che nel campione siano presenti proprio 200 persone con capelli biondi

b) Che siano presenti più di 180 persone con capelli biondi

a) Poiché $npq > 10$ la v.c. Binomiale converge alla Normale con parametri:

$M(x) = np = 1000 \cdot 0,2 = 200$

$V(x) = npq = 1000 \cdot 0,2 \cdot 0,8 = 160$

$E(x) = \text{RADQ}(npq) = 12,65$

Nel calcolo della probabilità occorre applicare la *correzione di continuità*:

$$P(x = 200) = P(199,5 \leq x \leq 200,5) = P((199,5-200)/12,65 \leq u \leq (200,5-200)/12,65) =$$

$$= P(-0,04 \leq u \leq 0,04) =$$

$$= 1,6 + 1,6 = 3,2\%$$

b) Che siano presenti più di 180 persone con capelli biondi:

$$P(x > 180) = P(x > 179,5) = P(u > (179,5 – 200) / 12,65) =$$

$$= P(u > -1,62) = 94,74\%$$

4) La durata di vita in mesi di un lotto di lampade segue la distribuzione esponenziale negativa con una media di 10 mesi.

Descrivere la probabilità che le lampade durino:

a) **Fino a 10 mesi**
b) **Da 2 a 20 mesi**
c) **Più di 15 mesi**

a) Dato che la $M(x) = 10$ e che nello schema della esponenziale negativa $M(x) = 1/\alpha$ allora $\alpha = 0{,}1$ e utilizzando la funzione di ripartizione:

$$P(x \leq 10) = F(10) = 1 - e^{-0,1\bullet 10} = 63{,}21\%$$

b)

$$P(2 \leq x \leq 20) = F(20) - F(2) = e^{-0,1\bullet 2} - e^{-0,1\bullet 20} = 68{,}34\%$$

c)

$$P(x > 15) = 1 - F(15) = 1 - e^{-0,1\bullet 15} = 22{,}31\%$$

Dipartimento di Informatica
Collegio didattico di Matematica
Ca' Vignal 2 – Strada Le Grazie, 15 – 37134 | T + 39 045 802 7927
ammin-collegi.dipinfo@ateneo.univr.it
P. IVA 01541040232 | C.F. 93009870234

5) Si consideri la variabile che descrive l'ora indicata da un orologio e calcolare la probabilità di osservare un orario:

a) Compreso fra le 9 e le 13

b) Minore delle 5

c) Superiore alle 18

a) Si tratta di una variabile uniforme continua (o rettangolare) con a=0 e b=24 e dunque con densità P(x) = 1/24 e perciò la probabilità richiesta sarà:

$$P(9 \leq x \leq 13) = (13 - 9) / (24 - 0) = 1/6$$

b)

$$P(x \leq 5) = F(5) = (5 - 0) / 24 = 5/24$$

c)

$$P(x > 18) = 1 - (18 - 0) / 24 = 1/4$$

Dipartimento di Informatica
Collegio didattico di Matematica
Ca' Vignal 2 – Strada Le Grazie, 15 – 37134 | T + 39 045 802 7927
ammin-collegi.dipinfo@ateneo.univr.it
P. IVA 01541040232 | C.F. 93009870234